

ACTIVIDAD N° 05

SISTEMAS Y CÓDIGOS NUMÉRICOS

I. INTRODUCCIÓN AL SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Un sistema de numeración es el conjunto de símbolos y reglas que se utilizan para la representación de datos numéricos o cantidades. Un sistema de numeración se caracteriza por su base, que es el número de símbolos distintos que utiliza y además es el coeficiente que determina cuál es el valor de cada símbolo dependiendo de la posición que ocupe.

Los actuales sistemas de numeración son netamente posicionales, en los que el valor relativo que representa cada símbolo o cifra depende de su valor absoluto y de la posición que ocupa dicha cifra con respecto a la coma decimal. La coma decimal (,) que separa la parte entera de la parte fraccionaria, en ambientes informáticos, está representada por el punto decimal (.).

En este capítulo se estudiarán los sistemas de numeración decimal, binario, octal y hexadecimal, cómo están conformados y las conversiones de un sistema a otro.

De manera que el sistema binario es el más importante de los sistemas digitales, pero también hay otros que también lo son, por ejemplo, el sistema decimal es el que se utiliza para representar cantidades fuera de un sistema digital y viceversa; hay situaciones donde se deben llevar números decimales a binarios para hacer algún tipo de procesamiento. La computadora debido a su construcción basada en circuitos electrónicos digitales, almacena y maneja la información con el sistema binario. Este es el motivo que obliga a transformar internamente todos los datos, a una representación binaria para que la máquina sea capaz de procesarlos. Pero también existen otros dos sistemas con los cuales se pueden realizar aplicaciones en los sistemas digitales; éstos son el sistema octal (Base 8) y el hexadecimal (Base 16), éstos se usan con la finalidad de ofrecer un eficaz medio de representación de números binarios grandes, teniendo la ventaja de poder convertirse fácilmente al y del binario, y ser los más compatibles con éste.

1.1 SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL.

El hombre, desde hace tiempo ha utilizado como sistema para contar el sistema decimal, que derivó del sistema indoarábigo, posiblemente se adoptó este sistema por contar con 10 dedos en las manos.

El sistema decimal utiliza un conjunto de símbolos, cuyo significado depende de su posición relativa al punto decimal, que en caso de ausencia se supone colocado implícitamente a la derecha.

El hombre ha utilizado el sistema numérico decimal, basado en diez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), que, al combinarlos, permiten representar las cantidades imaginadas; es por esto que se dice que utiliza la base 10.

1.2 SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIA.

Este sistema de base 2 es el más sencillo de todos por poseer sólo dos dígitos, fue introducido por Leibniz en el Siglo XVII, es el sistema que internamente utilizan los circuitos digitales que configuran el hardware de las computadoras actuales.

Los dos dígitos, llamados bits (Contracción de binary digit), son el uno (1) y el cero (0), por lo cual el equivalente decimal se obtendrá al sumar los pesos correspondientes a los bits 1.

En bit más significativo (MSB) es aquel que se ubica más a la izquierda (el que tiene mayor valor). El bit menos significativo (LSB) es aquel que está más a la derecha y que tiene el menor valor.

Para la medida de unidades de información representada en binario, se utilizan una serie de múltiplos de bit que poseen nombre propio:

- Nibble o Cuarteto: Es el conjunto de cuatro bits (1001).
- Byte u Octeto: Es el conjunto de ocho bits (10101010).
- Kilobyte (Kb): Es el conjunto de 2^{10} bits ($1.024 * 8$ bits)
- Megabyte (Mb): Es el conjunto de 2^{20} Kilobytes bits ($1.0242 * 8$ bits)
- Gigabyte (Gb): Es el conjunto de 2^{30} Megabytes bits ($1.0243 * 8$ bits)
- Terabyte (Tb): Es el conjunto de 2^{40} Gigabytes bits ($1.0244 * 8$ bits)

La razón por la que se utiliza el factor 1.024 en vez de 1.000, es por ser el múltiplo de 2 más próximo a 1000, cuestión importante desde el punto de vista informático ($2^{10} = 1.024$).

La forma de transformar esos números es parecida a la empleada en el sistema de numeración decimal, es decir, dando un valor determinado a cada posición de un dígito binario. Al valor que cada dígito posee en su lugar o posición se le denomina “peso”.

EJEMPLO: **1001010₂**

Como el sistema binario contiene dos dígitos, la base será dos, teniendo:

Posición	6	5	4	3	2	1	0
Valor	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Dígito	1	0	0	1	0	1	0

1.3 SISTEMA DE NUMERACIÓN OCTAL.

Se trata de un sistema de numeración en base 8 que utiliza 8 símbolos para la representación de cantidades. Los símbolos utilizados son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Este sistema también posicional, ya que cada una de sus cifras tiene como posición la relativa al punto decimal que, en caso de no aparecer se supone implícita al lado derecho del número, este proporciona un método conveniente para la representación de códigos y números binarios utilizados en los sistemas digitales.

1.4 SISTEMA DE NUMERACIÓN HEXADECIMAL.

El sistema hexadecimal emplea la base 16. Así, tiene 16 posibles símbolos digitales. Utiliza los dígitos del 0 al 9, más las letras A, B, C, D, E y F como sus 16 símbolos digitales. Cada dígito hexadecimal representa un grupo de cuatro dígitos binarios. Es importante recordar que los dígitos hex (Abreviatura de hexadecimal) de A a F son equivalentes a los valores decimales de 10 a 15.

16^4	16^3	16^2	16^1	16^0	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	16^{-4}
--------	--------	--------	--------	--------	-----------	-----------	-----------	-----------

Punto hexadecimal

LA TABLA, muestra las relaciones entre hexadecimal, decimal y binario. Observe que cada dígito hexadecimal representa un grupo de cuatro dígitos binarios. Es importante recordar que los dígitos hex (abreviación de “hexadecimal”) de la A a la F son equivalentes a los valores decimales del 10 al 15.

Hexadecimal	Decimal	Binario
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

1.5 REPRESENTACIÓN DE CANTIDADES.

En los sistemas digitales, la información que se está procesando, por lo general, se presenta en forma binaria.

Desafortunadamente, el sistema numérico decimal no se presta para una implantación conveniente en sistemas digitales. Por ejemplo, resulta muy difícil diseñar equipo electrónico para que pueda funcionar con 10 diferentes niveles de voltaje (para que cada uno representara un carácter decimal, de 0 a 9). Por Otro lado, es muy fácil diseñar circuitos electrónicos precisos pero simples que operen con sólo dos niveles de voltaje. Por esta razón, casi todos los sistemas digitales utilizan el sistema numérico binario (base 2) como base de sus operaciones, aunque con frecuencia se emplean otros sistemas junto con el binario.

En el sistema binario solamente hay dos símbolos o posibles valores de dígitos, el 0 y el 1. No obstante, este sistema de base 2 se puede utilizar para representar cualquier cantidad que se denote en sistema decimal o algún otro sistema numérico.

En general, se necesitarán muchos dígitos binarios para expresar una cantidad determinada. Este es un sistema de valor posicional, en donde cada dígito binario tiene su valor propio expresado como potencia de 2. En el sistema binario, el término dígito binario se abrevia a menudo como bit.

El bit más significativo (MSB) es aquel que se ubica más a la izquierda (el que tiene el mayor valor). **El bit menos significativo (LSB)** es aquel que está más a la derecha y que tiene el menor valor.

Las cantidades binarias pueden representarse por medio de cualquier dispositivo que solamente tenga dos estados de operación o posibles condiciones. Por ejemplo, un interruptor sólo tiene dos estados: abierto o cerrado. Arbitrariamente, podemos hacer que un interruptor abierto represente el cero (0) binario y que uno cerrado represente el uno (1) binario.

El sistema de numeración binario es el más importante de los sistemas digitales, pero hay otros que también lo son. La importancia del sistema decimal radica en que se utiliza universalmente para representar cantidades fuera de un sistema digital. Esto significa que habrá situaciones en las cuales los valores decimales tengan que convertirse en valores binarios antes de que se introduzcan al sistema digital. Por ejemplo, cuando se presiona

un número decimal en una calculadora portátil (o una computadora), los circuitos que están dentro del dispositivo convierten el número decimal en un valor binario.

De igual manera, habrá situaciones en que los valores binarios de las salidas de un circuito digital tengan que convertirse a valores decimales para presentarse al mundo exterior. Por ejemplo, una calculadora (o computadora) utiliza números binarios para calcular respuestas a un problema, luego las convierte a un valor decimal antes de exhibirlas en la pantalla.

Además del binario y el decimal, otros dos sistemas de numeración encuentran amplias aplicaciones en los sistemas digitales. Los sistemas octal (base 8) y hexadecimal (base 16) se usan con la misma finalidad: ofrecer un medio eficaz de representación de números binarios grandes. Como observaremos, ambos sistemas numéricos tienen la ventaja de que pueden convertirse fácilmente al y del binario.

En un sistema digital, se pueden utilizar tres o cuatro de estos sistemas de numeración al mismo tiempo, de modo que un entendimiento de la operación del sistema requiere la facultad de convertir de un sistema numérico a otro.

II. CONVERSIÓN ENTRE DECIMAL Y BINARIO.

2.1. CONVERSIÓN DE DECIMAL A BINARIO

Existen dos maneras de convertir un número decimal a su representación equivalente en el sistema binario.

En el primero el número decimal se expresa simplemente como una suma de potencias de 2 y luego los unos y los ceros se escriben en las posiciones adecuadas de bits. Para ilustrar lo anterior, consideremos el siguiente ejemplo:

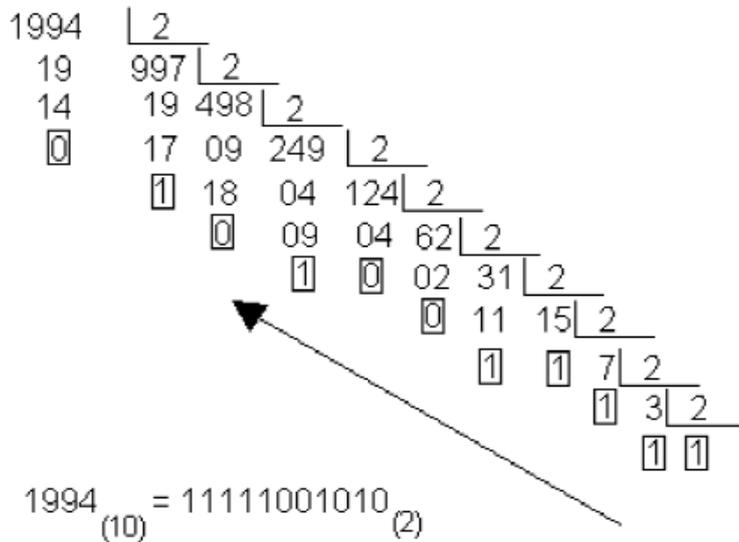
$$45_{(10)} = 32 + 8 + 4 + 1 = 2^5 + 0 + 2^3 + 2^2 + 0 + 2^0 = 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1_{(2)}$$

Obsérvese que se coloca un 0 en las posiciones 2^1 y 2^4 , ya que todas las posiciones deben tomarse en cuenta.

$$\begin{aligned} 76_{10} &= 64 + 8 + 4 = 2^6 + 0 + 0 + 2^3 + 2^2 + 0 + 0 \\ &= 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0_2. \end{aligned}$$

El segundo método es llamado, Método de las Divisiones Sucesivas entre Dos. Se trata de dividir sucesivamente el número decimal y los sucesivos cocientes entre dos (2), hasta que el cociente en una de las divisiones tome el valor cero (0). La unión de todos los restos obtenidos, escritos en orden inverso, nos proporciona el número inicial expresado en el sistema binario.

Ejemplo: Convertir el número decimal 1994 en binario.



2.2. CONVERSIÓN DE BINARIO A DECIMAL

El sistema de numeración binario es un sistema posicional donde cada dígito binario (bit) tiene un valor basado en su posición relativa al LSB.

Cualquier número binario puede convertirse a su equivalente decimal, simplemente sumando en el número binario los valores de las diversas posiciones que contenga un 1. Para ilustrar lo anterior consideremos el siguiente ejemplo:

1 1 0 1 1 ₍₂₎ (Binario)

Solución:

$2^4 + 2^3 + 0 + 2^1 + 2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27_{(10)}$ (decimal)

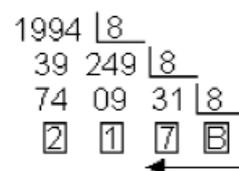
Nótese que el procedimiento consiste en determinar los valores (es decir, las potencias de 2) de cada posición de bit que contenga un 1 y luego sumarlos. Nótese también que el MSB tiene un valor de 2^4 a pesar de que es el quinto bit; esto se debe a que el LSB es el primer bit y tiene un valor de 2^0 .

III. CONVERSIÓN ENTRE DECIMAL Y OCTAL.

3.1. CONVERSIÓN DE DECIMAL A OCTAL

Igualmente que en la conversión de decimal a binario, por medio del Método de Divisiones Sucesivas, pero en este caso por ocho (8).

Ejemplo: Convertir el número decimal 1994 a octal.



$1994_{(10)} = 3712_{(8)}$

3.2. CONVERSIÓN DE OCTAL A DECIMAL

La conversión de un número octal a decimal se obtiene multiplicando cada dígito por su peso y sumando los productos:

Ejemplo 1: Convertir 4780_8 a decimal.

Solución

$$4780_8 = (4 \times 8^3) + (7 \times 8^2) + (8 \times 8^1) + (0 \times 8^0) = 2048 + 448 + 64 + 0 = 2560_{10}$$

Ejemplo 1: Convertir el número 1256_8 en octal es equivalente a 686 en decimal.

Solución

$$N = \begin{array}{|c|} \hline 8^3 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \times 8^3 + \begin{array}{|c|} \hline 8^2 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \times 8^2 + \begin{array}{|c|} \hline 8^1 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} \times 8^1 + \begin{array}{|c|} \hline 8^0 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array} \times 8^0$$

Entonces el número decimal equivalente es $N = 512 + 128 + 40 + 6 = 686$

Ejercicios: Resolver las siguientes conversiones de Octal a decimal:

- $144_8 =$
- $36_8 =$
- $764_8 =$
- $373_8 =$

IV. CONVERSIÓN ENTRE DECIMAL Y HEXADECIMAL

4.1. CONVERSION DE DECIMAL A HEXADECIMAL

Recuerde que para realizar la conversión de decimal a binario utilizamos la división repetida entre 2. De igual forma, la conversión de decimal a hexadecimal puede realizarse mediante el uso de la división repetida entre 16

Siguiendo el mismo método utilizado en las conversiones de decimal a binario y de decimal a octal.

Ejemplo: Convertir el número decimal 1994 a hexadecimal:

$$\begin{array}{r} 1994 \overline{)16} \\ 039 \ 124 \overline{)16} \\ 074 \ \boxed{12} \ \boxed{7} \\ \boxed{10} \end{array}$$

por lo tanto,

$$1994_{(10)} = 7CA_{(16)}$$

(a) Convierta 423_{10} a hexadecimal.

Solución

$$\begin{array}{r}
 \frac{423}{16} = 26 + \text{residuo de } 7 \\
 \downarrow \\
 \frac{26}{16} = 1 + \text{residuo de } 10 \\
 \downarrow \\
 \frac{1}{16} = 0 + \text{residuo de } 1 \\
 \hline
 423_{10} = 1A7_{16}
 \end{array}$$

(b) Convierta 214_{10} a hexadecimal.

Solución

$$\begin{array}{r}
 \frac{214}{16} = 13 + \text{residuo de } 6 \\
 \downarrow \\
 \frac{13}{16} = 0 + \text{residuo de } 13 \\
 \hline
 214_{10} = D6_{16}
 \end{array}$$

Observe de nuevo que los residuos de los procesos de división forman los dígitos del número hexadecimal. Observe también que cualquier residuo mayor de 9 se representa por las letras de la A a la F.

4.2. CONVERSION DE HEXADECIMAL A DECIMAL

Un número hex se puede convertir en su equivalente decimal utilizando el hecho de que cada posición de los dígitos hex tiene un valor que es una potencia de 16. El LSD tiene un valor de $16^0 = 1$; el siguiente dígito en secuencia tiene un valor de $16^1 = 16$; el siguiente tiene un valor de $16^2 = 256$ y así sucesivamente

El proceso de conversión se demuestra en los ejemplos que siguen

$$\begin{array}{r}
 356_{16} = 3 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 6 \times 16^0 \\
 = 768 + 80 + 6 \\
 = 854_{10} \\
 2AF_{16} = 2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 \\
 = 512 + 160 + 15 \\
 = 687_{10}
 \end{array}$$

Observe que en el segundo ejemplo, el valor 10 se sustituyó por A y el valor 15 por F en la conversión a decimal.

Para practicar, verifique que $1BC2_{16}$ sea igual a 7106_{10} .

V. CONVERSIÓN ENTRE BINARIOS Y OCTAL

5.1. CONVERSION DE OCTAL A BINARIO

Para convertir un número octal a binario se sustituye cada dígito octal por sus correspondientes tres dígitos binarios.

Ejemplo: Convertir el número octal 75643.57 a binario:

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 5 & 6 & 4 & 3 & . & 5 & 7 \\ 111 & 101 & 110 & 100 & 011 & . & 101 & 111 \end{array}$$

Entonces,

$$75643.57_{(8)} = 111101110100011.101111_{(2)}$$

TABLA N°.1.1
EQUIVALENCIA OCTAL-BINARIO

DÍGITO OCTAL	DÍGITO BINARIO
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

5.2. CONVERSION DE BINARIO A OCTAL

Para convertir un número binario a octal se realiza un proceso inverso al anterior. Se agrupan los dígitos de 3 en 3 a partir del punto decimal hacia la izquierda y hacia la derecha, sustituyendo cada trío de dígitos binarios por su equivalente dígito octal.

Ejemplo: Convertir el número binario 1100101001001.1011011 en octal.

$$\begin{array}{ccccccc} 001 & 100 & 101 & 001 & 001 & . & 101 & 101 & 100 \\ 1 & 4 & 5 & 1 & 0 & . & 5 & 5 & 4 \end{array}$$

Luego,

$$1100101001001.1011011_{(2)} = 14510.554_{(8)}$$

VI. CONVERSIÓN ENTRE BINARIO Y HEXADECIMAL

6.1. CONVERSION DE HEXADECIMAL A BINARIO

El sistema numérico hexadecimal se utiliza principalmente como método “abreviado” para representar números binarios. En realidad es muy sencillo convertir un número hexadecimal en binario. Cada dígito hexadecimal se convierte en su equivalente binario de cuatro bits (tabla).

Esto se ilustra a continuación para el número $9F2_{16}$.

$$\begin{array}{ccccccc} 9F2_{16} = & 9 & & F & & 2 & \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ = & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ = & 10011110010_2 \end{array}$$

TABLA N°.1.2
EQUIVALENCIA HEXADECIMAL-BINARIO

DÍGITO HEXADECIMAL	DÍGITO BINARIO
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

7.2. CONVERSION DE HEXADECIMAL A OCTAL

Se realiza un paso intermedio utilizando el sistema binario. Se convierte en binario y éste en octal.

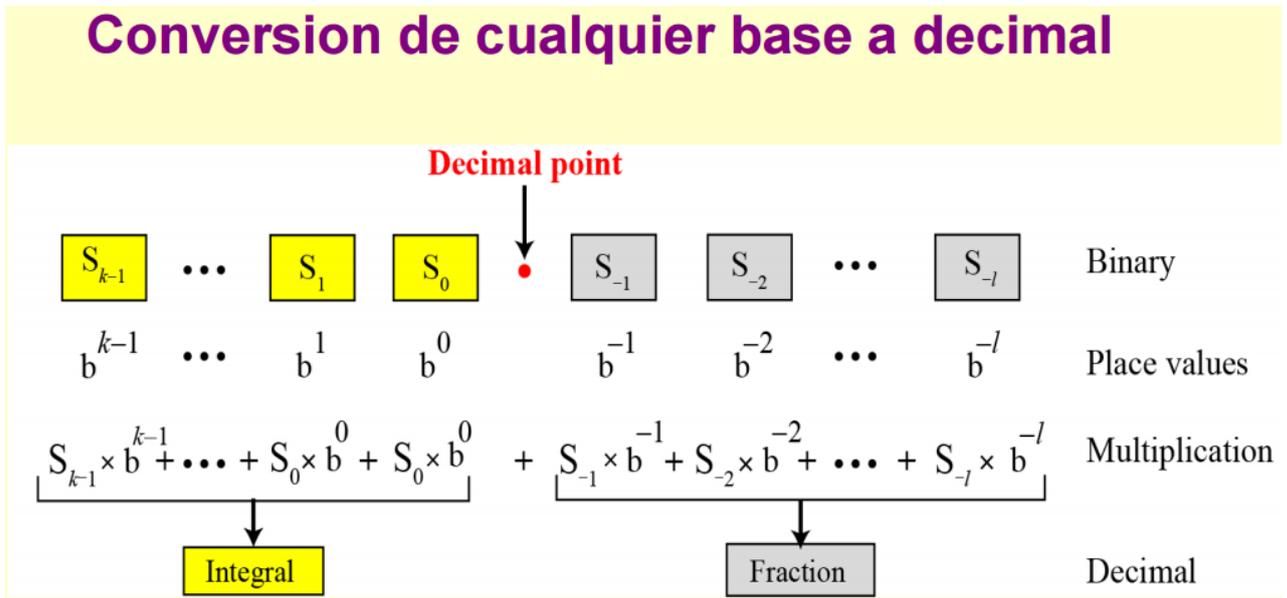
Ejemplo: Convertir el número hexadecimal 1F4 en octal.

$$\begin{array}{ccc} 1 & F & 4 \\ 0001 & 1111 & 0100 \end{array}$$

$$1F4_{(16)} = 111110100_{(2)}$$

$$\begin{array}{ccc} 111 & 110 & 100 \\ 7 & 6 & 4 \\ 111110100_{(2)} = 764_{(8)} \end{array}$$

NOTACIÓN:



7.3. CONTEO EN HEXADECIMAL

Al contar en hexadecimal, puede incrementarse (en 1) la posición de cada dígito, desde el 0 hasta la F. Una vez que la posición de un dígito llega al valor F, se restablece a 0 y se incrementa la posición del siguiente dígito. En las siguientes secuencias de conteo hexadecimal se ilustra esto:

(a) 38, 39, 3A, 3B, 3C, 3D, 3E, 3F, 40, 41, 42

(b) 6F8, 6F9, 6FA, 6FB, 6FC, 6FD, 6FE, 6FF, 700

Observe que cuando hay un 9 en la posición de un dígito, se convierte en A cuando se incrementa.

Con N posiciones de dígitos hexadecimales podemos contar desde el 0 decimal hasta $16^N - 1$, para un total de 16^N valores distintos. Por ejemplo, con tres dígitos hexadecimales podemos contar desde 000_{16} hasta FFF_{16} , 0_{10} hasta 4095_{10} , para un total de $4096 = 16^3$ valores distintos.

7.4. UTILIDAD DE LOS NÚMEROS HEXADECIMALES

Los números hexadecimales se utilizan a menudo en un sistema digital como una manera “abreviada” de representar cadenas de bits. Al trabajar con las computadoras, es muy común usar cadenas de hasta 64 bits. Estas cadenas binarias no siempre representan un valor numérico, sino que, como veremos más adelante, pueden indicar algún tipo de código que conlleve información no numérica. Al trabajar con un número extenso de bits es más conveniente y menos errático escribir los números binarios en hexadecimal, ya que, como hemos visto, es bastante sencillo realizar conversiones entre hexadecimal y binario, o viceversa. Para ilustrar la ventaja de la representación hexadecimal de una cadena binaria, suponga que tiene en su poder una impresión del contenido de 50 ubicaciones de memoria, cada una de las cuales es un número de 16 bits y usted tiene que revisarlas comparándolas con una lista. ¿Qué preferiría revisar, 50 números como éste: 0110111001100111, o 50 números como éste: 6E67? ¿Y con cuál sería más probable equivocarse? No obstante, es importante tener en cuenta que todos los circuitos digitales trabajan en binario. Los números hexadecimales sólo se utilizan como una conveniencia para los humanos involucrados. Sería conveniente que memorizara el patrón binario de 4 bits para cada dígito hexadecimal. Sólo entonces se dará cuenta de la utilidad de esta herramienta en los sistemas digitales. Convierta el número 378 decimal en un número binario de 16 bits, primero convirtiendo el número en hexadecimal.

Solución:

$$\begin{array}{r} \frac{378}{16} = 23 + \text{residuo de } 10_{10} = A_{16} \\ \downarrow \\ \frac{23}{16} = 1 + \text{residuo de } 7 \\ \downarrow \\ \frac{1}{16} = 0 + \text{residuo de } 1 \end{array}$$

Por lo tanto, $378_{10} = 17A_{16}$. Este valor hexadecimal puede convertirse con facilidad en el número binario 000101111010. Por último, podemos expresar el número 378_{10} como un número de 16 bits si le agregamos cuatro 0s a la izquierda:

$$378_{10} = 0000 \ 0001 \ 0111 \ 1010_2$$

Convierta el número $B2F_{16}$ en decimal.

Solución

$$\begin{aligned} B2F_{16} &= B \times 16^2 + 2 \times 16^1 + F \times 16^0 \\ &= 11 \times 256 + 2 \times 16 + 15 \\ &= 2863_{10} \end{aligned}$$

7.5. RESUMEN DE LAS CONVERSIONES

En estos momentos es probable que su cabeza esté dando vueltas a medida que trata de mantener el sentido con todas estas distintas conversiones de un sistema numérico a otro. Tal vez se haya dado cuenta que muchas de estas conversiones pueden realizarse en forma automática en su calculadora con sólo oprimir una tecla, pero es importante que las domine para que pueda comprender el proceso. Además, ¿qué pasaría si su calculadora se quedara sin energía en un momento crucial y no tuviera un reemplazo a la mano? El siguiente resumen le ayudará, pero nada se compara con la práctica continua.

1. Al convertir de binario (o hexadecimal) a decimal, utilice el método de tomar la suma ponderada de la posición de cada bit.
2. Al convertir de decimal a binario (o hexadecimal), utilice el método de la división repetida entre 2 (o 16) y recolectar los residuos (fi gura 2-1).
3. Al convertir de binario a hexadecimal, divida el número en grupos de cuatro bits y convierta cada grupo en el dígito hexadecimal correcto.
4. Al convertir de hexadecimal a binario, convierta cada dígito en su equivalente de cuatro bits.