I. CÁCULO DE EMBRAGUES MECÁNICOS

1.1. PAR DE TRANSMISIÓN (MOMENTO DE GIRO)

El embrague de los vehículos va montado entre el motor y la caja de cambios y permite cortar la transmisión de la fuerza. Sirve para la puesta en marcha, para cambiar las marchas y como seguro.

El embrague estando acoplado (embragado) absorbe el par motor y lo cede a la caja de cambios.

El par de giro del embrague se calcula con la fórmula general del momento.

$$M = F.r \rightarrow M_\varepsilon = F_{rot}.r_m$$

A. FUERZA DE ROTACIÓN

La acción del embrague de fricción descansa en el principio de rozamiento. Estando desembragado (desacoplado) no aparece ningún rozamiento. Al embragar se produce una transición de rozamiento dinámico a rozamiento estático.

Las resistencias de rozamiento entre los discos de embrague (platos o discos de arrastre) y el disco volante es igual a la fuerza de rotación del embrague.

Esta misma fuerza de rotación se manifiesta entre la prensa del embrague (placa de presión) y los discos. Todo embrague tiene por lo menos dos pares de discos de fricción.

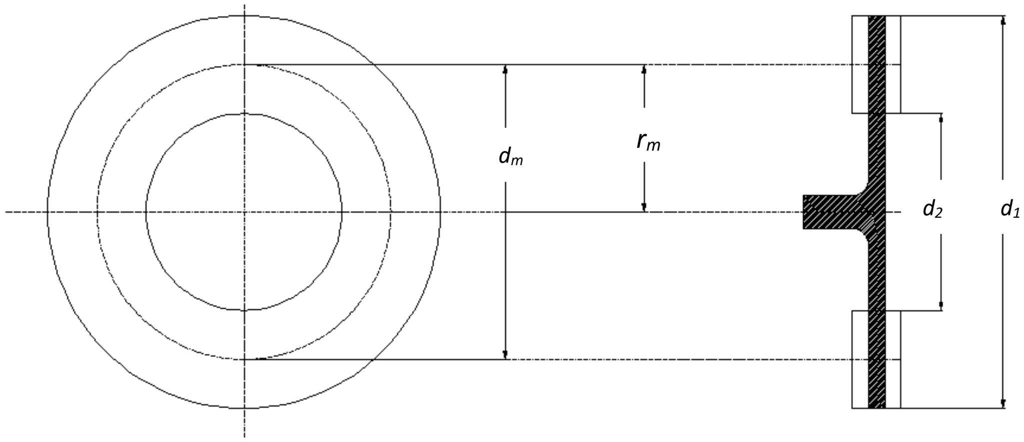
La magnitud de la resistencia de rozamiento depende la presión de los muelles del embrague (fuerza normal) y del coeficiente de rozamiento de la guarnición de los discos.

$$F_{rot} = F_N.\mu_\varepsilon \; [N]$$

B. RADIO EFETIVO

La fuerza de rotación del embrague no ataca en la periferia sino en la corona que forma la superficie de fricción del embrague y es por esta razón que se toma como radio efectivo del momento de giro el que se marca en el dibujo.

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{2.2} \; [m]$$



Nomenclatura
M_g= Momento de giro del embrague [Nm]
F_{rot}= Fuerza de rotación del embrague = Resistencia de rozamiento [N]
r_m= Radio efectivo del embrague [m]
F_N = Fuerza de los resortes del embrague = Fuerza normal de rozamiento = Fuerza elástica [N]
$\mu_£$ =Coeficiente de rozamiento de la guarnición del embrague [-]
d_1 =Diámetro exterior de la guarnición [m]
d_2 = Diámetro interior de la guarnición [m]

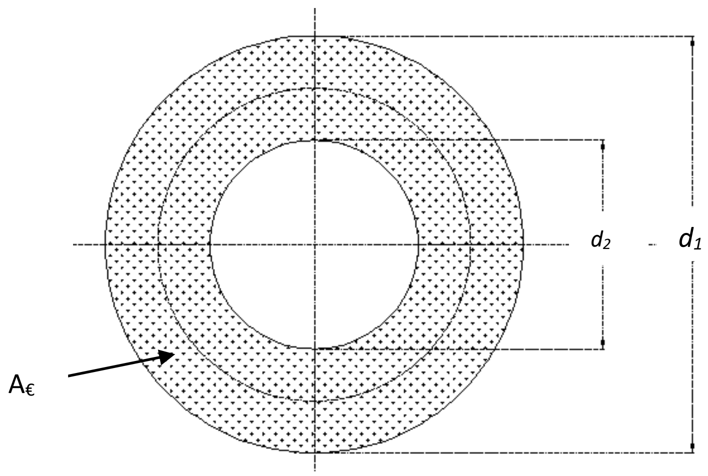
$$M_\varepsilon = F_N . \mu_\varepsilon . \frac{d_1+d_2}{2.2}[\text{Nm}]$$

Observación 1: El embrague monodisco en seco tiene dos pares de fricción y, por tanto, 2 superficies de fricción.

$$M_\varepsilon = F_N . \mu_\varepsilon . \frac{d_1+d_2}{4} . 2[\text{Nm}]$$

Observación 2: El par del embrague tiene que ser por lo menos tan grande como el par motor máximo, para transmitirlo sin resbalamiento. Los fabricantes los calculan con una seguridad de 1.7 a 2. El embrague está en condiciones de soportar un 70% a 100% más que el par motor máximo para transmitirlo y para las sobrecargas.

1.2. PRESIÓN SUPERFICIAL DE LAS GUARNICIONES DE LOS EMBRAGUES



Nomenclatura
A_ϵ= Superficie de la guarnición del embrague = Superficie de fricción [cm²]
P_ϵ = Presión superficial de la guarnición [daN/cm²]
F_N = Fuerza de los resortes del embrague = Fuerza normal de rozamiento = Fuerza elástica [N]
d_1 = Diámetro exterior de la guarnición [m]
d_2 = Diámetro interior de la guarnición [m]

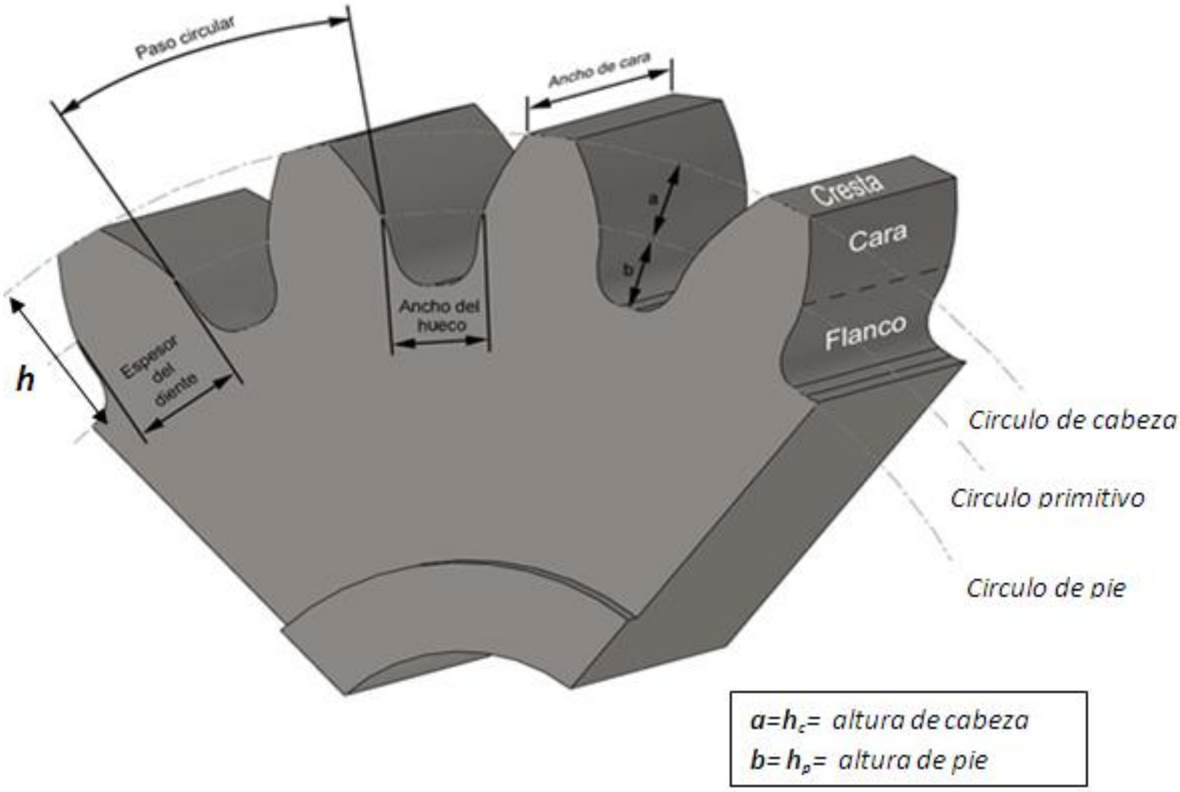
$$P_\varepsilon = \frac{F_N}{A_\epsilon} = \frac{F_N}{\frac{\pi}{4}.(d_1^2 - d_2^2)} \quad [\frac{daN}{cm^2}]$$

OBSERVACIÓN:

1. La presión superficial en los embragues está entre 1,5 y 2 *daN/cm*^{2}
2. Para poder transmitir un par motor mayor se fabrican los embragues de discos múltiples con lo cual se consiguen más pares de rozamiento (como en los camiones).

II. ACCIONAMIENTO POR RUEDAS DENTADAS

2.1. DIMENCIONES DE LAS RUEDAS DENTADAS



A. CÍRCULO DE CABEZA Y DIÁMETRO DEL CÍRCULO DE CABEZA

El círculo sobre el que se encuentran las cabezas de los dientes se denomina círculo de cabeza y su diámetro es el diámetro exterior de la rueda dentada.

$$\boldsymbol{d_c = d_o + 2.m} \quad [mm]$$

B. CÍRCULO DE PIE Y DIÁMETRO DEL CÍRCULO DE PIE

El círculo sobre el que descansan los pies de los dientes se denomina circulo de pie y su diámetro correspondiente, diámetro del circulo de pie.

$$\boldsymbol{d_p = d_o - 2,4.m} \quad [mm]$$

C. CÍRCULO PRIMITIVO Y DIÁMETRO DEL CIRCULO PRIMITIVO

Es un círculo imaginario que pasa más o menos por la altura media de los dientes y es el que tangentea con el círculo primitivo de otra rueda dentada. Su diámetro es el diámetro del círculo primitivo.

$$\boldsymbol{d_o = m.z} \quad [mm]$$

D. PASO

En el círculo primitivo se determina la distancia de diente a diente. El hueco entre dientes y el espesor de los mismos se mide sobre el círculo primitivo.

$\boldsymbol{P = m.\pi}\ [mm]$

E. MÓDULO

El paso de una rueda dentada es siempre un múltiplo del número $\boldsymbol{\pi}$**.** Ese número que multiplica a $\boldsymbol{\pi}$es el que se denomina módulo (por ejemplo módulo 2 → $2\pi = 6{,}28\ mm$). El módulo es la magnitud de partida para las dimensiones principales de una rueda dentada.

F. ALTURA DE CABEZA

La altura de la cabeza de los dientes se mide entre el circulo primitivo y el circulo de cabeza y es igual al módulo.

$$\boldsymbol{h_c = m}\ \ [mm]$$

G. ALTURA DE PIE

La altura del pie de los dientes se mide entre el circulo de pie y el circulo primitivo y es algo mayor que el módulo (7/6 =1,2 del módulo)

$$\boldsymbol{h_p = 1{,}2.m}\ \ [mm]$$

H. ALTURA DE DIENTE

Resulta de la suma de las dos alturas anteriores (6/6 + 7/6 =13/6. módulo = 2,2. Módulo).

$$\boldsymbol{h = h_c} + h_p$$
$$\boldsymbol{h = 2{,}2.m}\ \ [mm]$$

I. DISTANCIA ENTRE RUEDAS

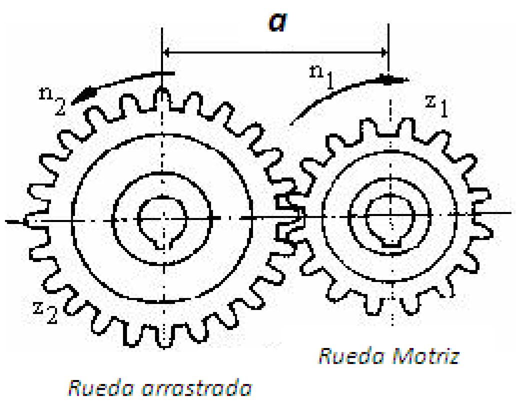
Es la que separa los centros de ambas ruedas dentadas en un engranaje.

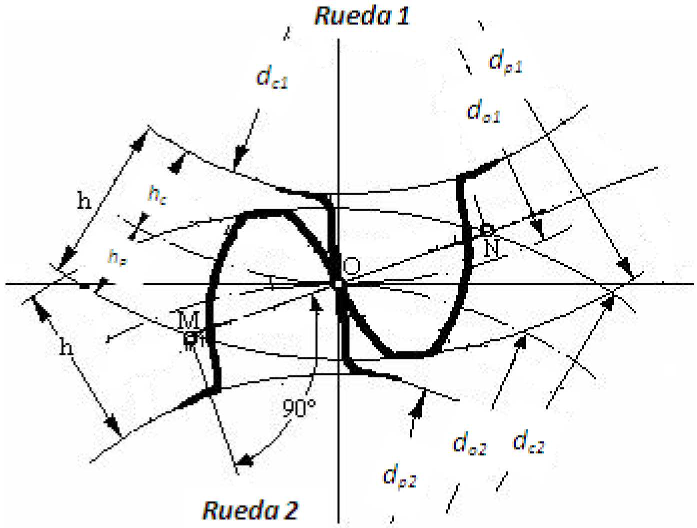
$$\boldsymbol{a = \frac{m}{2}\ (z_1 +\ z_2)}\ [mm]$$

NOTA

Los números de los módulos están normalizados por DIN y se expresen en unidades modulares, por ejemplo:

0,1	0,12	0,20	0,25	0,32	0,4	0,5	0,6	0,8
1	1,25	1,5	2	3	4	5	6	8





Nomenclatura

P **=** Paso [mm]

m **=** Módulo

z **=** Número de dientes

d_o = Diámetro del circulo primitivo [mm]

d_p = Diámetro del circulo de pie[mm]

d_c = Diámetro del circulo de cabeza [mm]

h **=** Altura de diente [mm]

h_p = Altura de pie [mm]

h_c = Altura de cabeza [mm]

a **=** Distancia entre ruedas [mm]

d_{o1} = Diámetro primitivo de la rueda motriz [m]

d_{o2} = Diámetro primitivo de la rueda arrastrada [m]

z_1 = Número de dientes de la 1º rueda dentada

z_2 = Número de dientes de la 2º rueda dentada

n_1 = Revoluciones de la rueda motriz [1/min]

n_2 = Revoluciones de la rueda arrastrada [1/min]

v_{t1} =Velocidad tangencial (periférica) de la rueda motriz

v_{t2} =Velocidad tangencial (periférica) de la rueda arrastrada

2.2. RELACIÓN DE TRANSMISIÓN EN ENGRANAJE SENCILLO,

El engranaje sencillo consta de dos ruedas dentadas engranadas. Los dos círculos primitivos Son tangentes entre si y gira uno sobre otro.

Los pasos de las dos ruedas tienen que ser iguales.

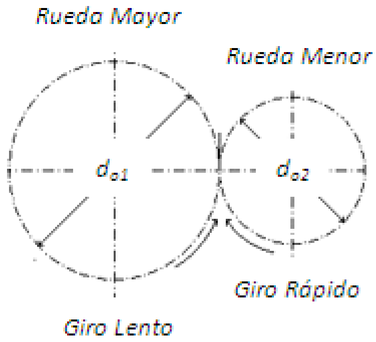
El accionamiento o transmisión por ruedas dentadas tiene las siguientes misiones:

1) Transmisión de fuerza motriz (pares) de un eje a otro.
2) Modificación del número de revoluciones por diferencia de tamaño en los diámetros de las ruedas. A esto se le llama relación de transmisión del engranaje.

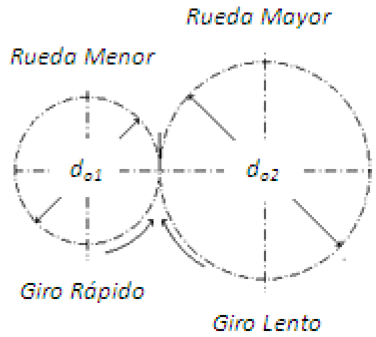
La transmisión por ruedas dentadas es una unión en arrastre por cierre de forma.

En la transmisión del engranaje se distingue entre:

1) **Multiplicación** (relación en aumento, mayor numero de revoluciones) de lento a rápido y



2) **Reducción** (relación en disminución, menor número de revoluciones) de rápido a lento



La magnitud de transmisión se denomina relación de transmisión.
La relación de transmisión de engranajes es igual a la transmisión que existe entre el número de dientes de ambas ruedas.

OBSERVACIÓN: En la transmisión por ruedas dentadas, las motrices tienen siempre números impares (n_1, d_{o1}, z_1,v_{t1}) *y* las arrastradas números pares (n_2, d_{o2}, z_2,v_{t2}).

A. FÓRMULA FUNDAMENTAL PARA LA TRANSMISIÓN POR RUEDAS DENTADAS
Lo mismo que en la transmisión por poleas, en las ruedas dentadas las velocidades tangenciales en los circuitos primitivos son iguales.

$$v_{t1} = v_{t2}$$

$$\frac{d_{o1}\,.\,\pi.\,n_1}{1000.60} = \frac{d_{o2}\,.\,\pi.\,n_2}{1000.60}$$

En esta fórmula$\boldsymbol{d_{o1}}$ se puede sustituir por $\boldsymbol{m.z}$**,** quedando de la siguiente manera.

$$\boldsymbol{d_{o1} = m.z}$$

$$\boldsymbol{z_1.n_1 = z_2.n_2}$$

B. RELACIÓN DE TRANSMISIÓN DEL ENGRANAJE

A consecuencia de la igualdad de velocidades tangenciales $v_{t1} = v_{t2}$ en la figura anterior la rueda menor tienen que girar el doble que la mayor para que los recorridos de ambas sean iguales.

En los engranajes, las revoluciones de las ruedas dentadas son inversamente proporcionales a los diámetros primitivos, o bien, a los números de dientes.

$$\boldsymbol{i} = \frac{n_1}{n_2}$$ Fórmula general para la relación de transmisión

$$\boldsymbol{i} = \frac{\boldsymbol{d_{o1}}}{\boldsymbol{d_{o2}}} = \frac{\boldsymbol{z_2}}{\boldsymbol{z_1}}$$ Fórmula especial para los engranajes

La relación de transmisión se calcula siempre de modo que el numerador o el denominador sean igual a 1.

NOTA

Hay engranajes de ruedas cilíndricas (rectas, oblicuas, etc.) y de ruedas cónicas, pero ambos se calculan con las mismas formulas.

2.3. ENGRANAJES DOBLES

El doble engranaje consta de dos engranajes sencillos. También se distinguen en ellos, en cuanto a funcionamiento, si son de multiplicación o de reducción.

Las grandes transmisiones (en multiplicación o reducción) mediante dobles engranajes se dividen en dos o más etapas.

Nomenclatura

z_1 = Número de dientes de la rueda motriz

z_2 = Número de dientes de la rueda arrastrada

z_3 = Número de dientes de la rueda motriz

z_4 = Número de dientes de la rueda arrastrada

n_1 = Revoluciones de la rueda motriz [1/min]

n_2 = Revoluciones de la rueda arrastrada [1/min]

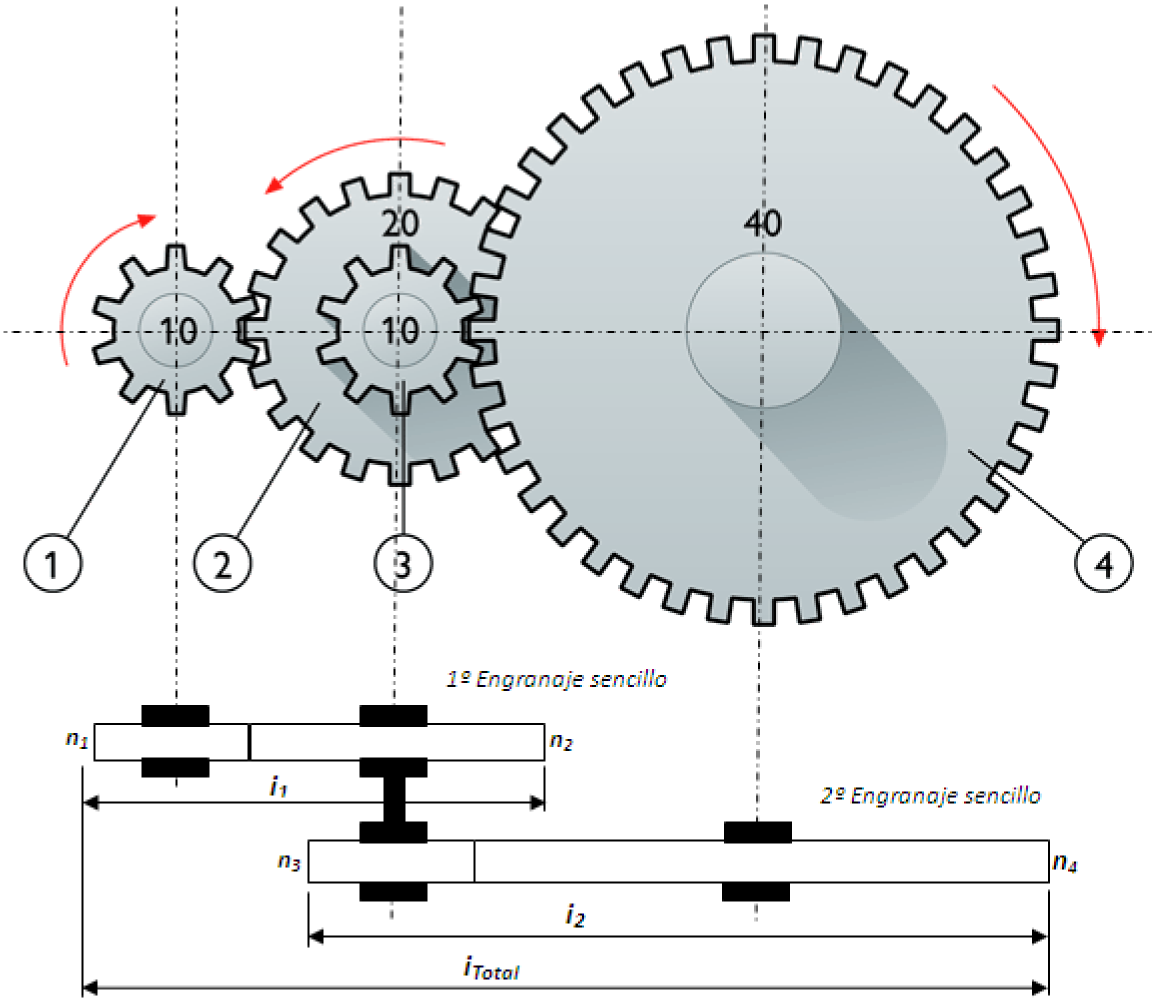
n_3 = Revoluciones de la rueda motriz [1/min]

n_4 = Revoluciones de la rueda arrastrada [1/min]

i_1 = Relación de transmisión del primer engranaje sencillo

i_2 = Relación de transmisión del segundo engranaje sencillo

i_{Total} = Relación de transmisión total del doble engranaje



NOTA: En los dobles engranajes las ruedas dentadas 2 y 3 van montadas en un mismo eje, por lo cual $\boldsymbol{n_2 = n_3}$.

A. CÁLCULO DEL NUMERO DE REVOLUCIONES $\boldsymbol{n_4}$

1er Sistema de cálculo

Se descompone el doble engranaje en dos sencillos:

$$z_1 . n_1 = z_2 . n_2 \text{Entonces} \frac{z_1 . n_1}{z_2} = n_2 \text{y} z_3 . n_3 = z_4 . n_4$$

$$\boldsymbol{n_4 = \frac{z_3 . n_3 (= n_2)}{z_4} \quad [\frac{1}{min}]}$$

2do Sistema de cálculo

En la fórmula anterior, sustituyendo $\boldsymbol{n_3} (= \boldsymbol{n_2})$ por $\boldsymbol{n_3} (= \boldsymbol{n_2}) = \frac{z_1 . n_1}{z_2}$, obteniendo:

$$\boldsymbol{n_4 = \frac{z_3 . z_1}{z_4 . z_2} . n_1 \quad [\frac{1}{min}]}$$

B. CÁLCULO DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN TOTAL$\boldsymbol{i_{Total}}$

1er Sistema de cálculo

Cálculo de la relación de transmisión parciales y multiplicación de una por otra.

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \text{e} i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3}$$

$$\boldsymbol{i_{Total} = i_1 . i_2}$$

2do Sistema de cálculo

Las revoluciones son inversamente proporcionales a los números de dientes.

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \text{e} i_2 = \frac{n_3}{n_4} = \frac{z_4}{z_3}$$

$$i_{Total} = i_1 . i_2 = \frac{n_1 . n_3}{n_2 . n_4} = \frac{z_2 . z_4}{z_1 . z_3} \text{y} n_2 = n_3$$

$$\boldsymbol{i_{Total} = i_1 . i_2 = \frac{n_1}{n_4} = \frac{z_2 . z_4}{z_1 . z_3}}$$

NOTA

1. Las fórmulas son válidas no solo para dobles engranajes, sino también para engranajes múltiples.

Nomenclatura

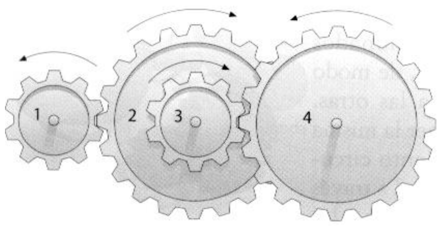
$\boldsymbol{n_o}$**=** Revoluciones de la primera rueda [1/min]

$\boldsymbol{n_f}$**=** Revoluciones de la última rueda [1/min]

$$\boldsymbol{i_{Total} = i_1 . i_2 . i_3 \ldots \text{ó} i_{Total} = \frac{z_2 . z_4 . z_6 \ldots}{z_1 . z_3 . z_5 \ldots}}$$

$$\boldsymbol{i_{Total} = \frac{n_o}{n_f} \text{y} n_f = \frac{z_1 . z_3 . z_5 \ldots}{z_2 . z_4 . z_6 \ldots} . n_o \left[\frac{1}{min}\right]}$$

2. En las ruedas intermedias lo único que varían es el sentido de giro.
3. La transmisión en las cajas de cambio de tipo mecánico de los automóviles convencionales es casi siempre con dobles engranajes.



III. CÁLCULO DE TRANSMISIONES EN CAJAS DE VELOCIDADES MECÁNICO

3.1. RELACIÓN DE TRANSMISION

El motor de explosión tiene su máxima capacidad de rendimiento en la zona denominada de autorregulación.

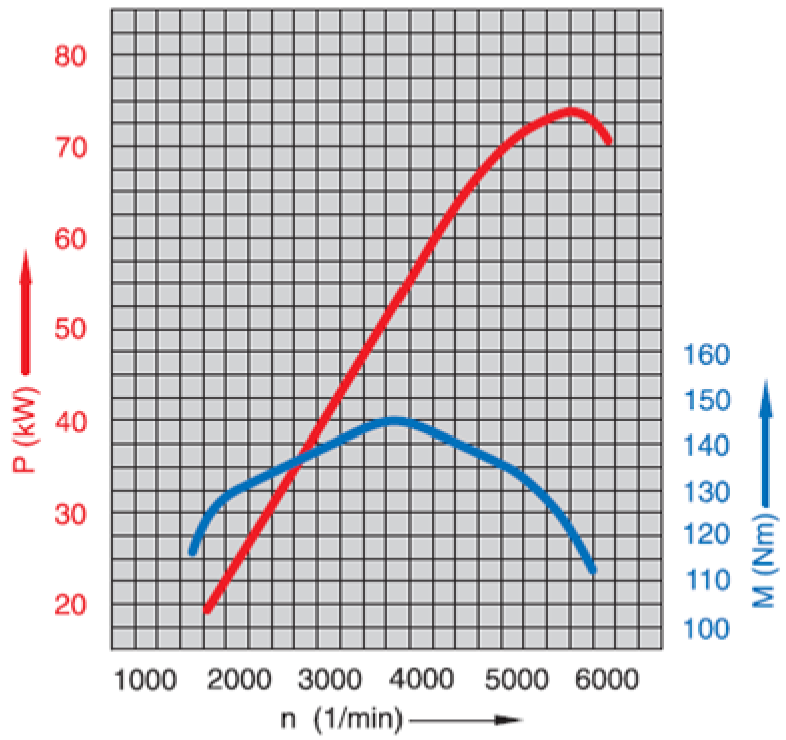
La zona de autorregulación está el intervalo de revoluciones entre las del par motor máximo (M_{Mmax}) y las de máxima potencia (Pe_{max}) del motor.

Es por ello que para que todas las condiciones de marcha (llano, pendiente, carga, arranque) se mantengan ese intervalo de revoluciones se intercala en la transmisión de la fuerza una caja de cambios.

La caja de cambios modifica al embragar las distintas marchas la relación entre el motor y el eje motriz.

La caja de cambios es en cada una de las marchas un doble engranaje y como tal se calculan.

La relación de transmisión del cambio es la que existe entre las revoluciones del motor y las del árbol principal.



Zona de autorregulación

DIAGRAMA POTENCIA – PAR MOTOR DE UN MOTOR A GASOLINA

NOTACIONES

n_M=número de revoluciones del motor [1/min]

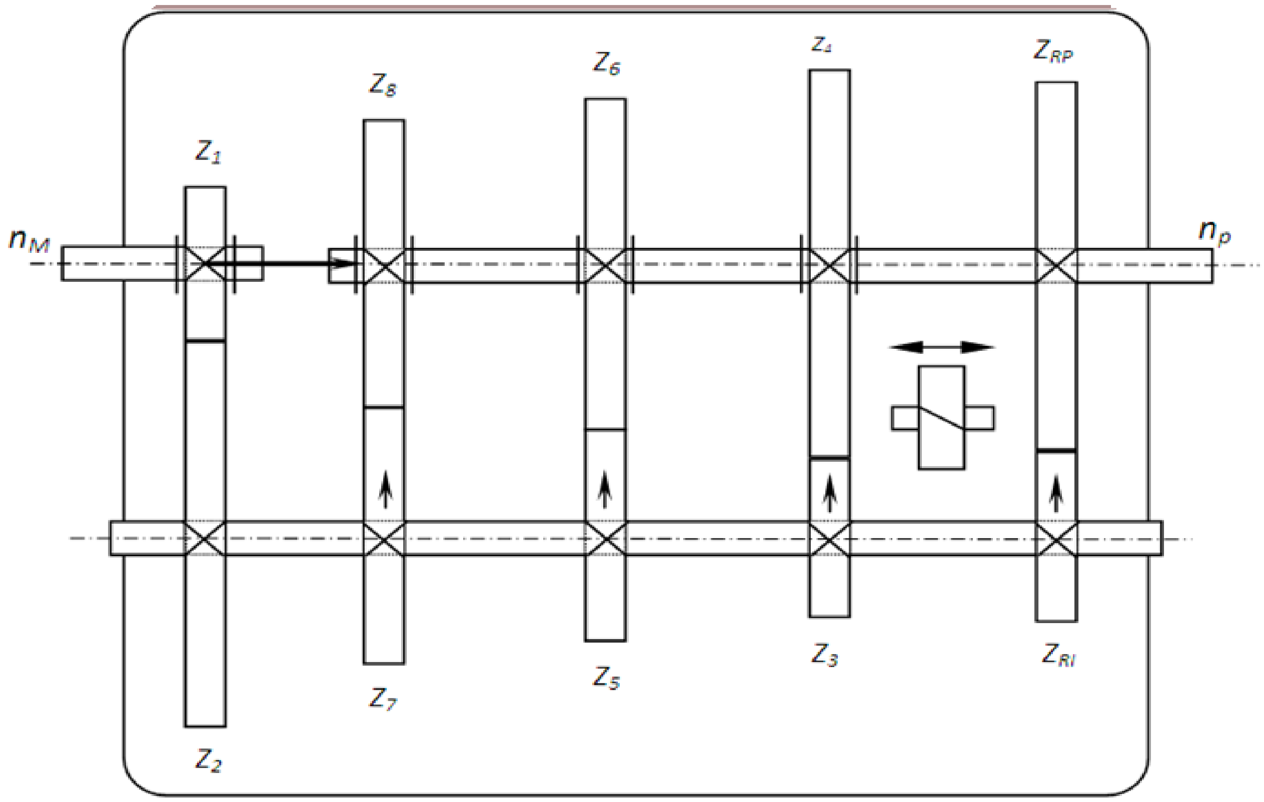
n_p= número de revoluciones del árbol principal [1/min]

$i_{caja\,I,\,II,\,III,\,IV,\,R}$=Relaciones de transmisión de las distintas marchas incluida la marcha atrás (R).

$Z_1, Z_2, Z_3, _{etc}$=Número de dientes de las distintas ruedas de cambio.

Z_{RP} =Rueda de marcha atrás en el árbol principal

Z_{RI}= Rueda de marcha atrás en el árbol intermedio



CAJA DE CUATRO MARCHAS

A. CÁLCULO DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN POR LAS REVOLUCIONES

$$i_{CAJA} = \frac{Revoluciones\ del\ Motor}{Revoluciones\ del\ árbol\ principal}$$

$$\boldsymbol{i_{CAJA} = \frac{n_M}{n_P}}$$

B. CÁLCULO DE LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN POR LOS NÚMEROS DE DIENTES

$$i_{Caja.}\ \boldsymbol{I}.marcha = \frac{\boldsymbol{z_2.z_4}}{\boldsymbol{z_1.z_3}} \quad i_{Caja.}\ \boldsymbol{II}.marcha = \frac{\boldsymbol{z_2.z_6}}{\boldsymbol{z_1.z_5}}$$

$$i_{Caja.}\ \boldsymbol{III}.marcha = \frac{\boldsymbol{z_2.z_8}}{\boldsymbol{z_1.z_7}}$$

$$i_{Caja.}\ \boldsymbol{IV}.marcha = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}} \quad i_{Caja.}\ \boldsymbol{Marcha\ atras} = \frac{\boldsymbol{z_2.z_{RP}}}{\boldsymbol{z_1.z_{RI}}}$$

Observación

1. En directa (Tercera o cuarta) el valor de la relación de transmisión es casi siempre de 1:1 (por eso se llama “directa”); a veces de 0,8 a 0,9:1.

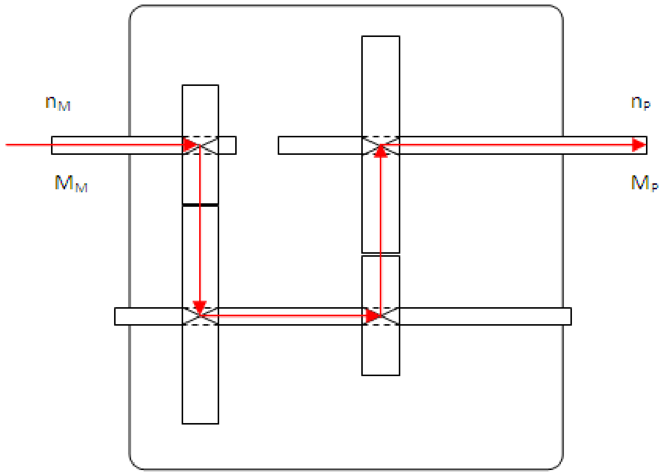
2. La rueda intermedia en la marcha atrás no modifica la relación de transmisión sino el sentido de giro.

3.2. TRANSMISIÓN DE LAS REVOLUCIONES DEL MOTOR Y DEL PAR MOTOR

La caja de cambio tiene por objeto hacer aprovechable al máximo la potencia del motor. Es por esta razón que en la sección anterior se han calculado las transmisiones. La potencia que entra en la caja es la misma que sale, es decir, la caja de cambio no altera la potencia (sin considerar las pérdidas).

Potencia del Motor

$$\boxed{\boldsymbol{P_o = \frac{M_M . n_M}{9550}} \quad [\boldsymbol{Kw}]}$$



1º MARCHA

Motor | Cambio

Potencia (P_o)

$$\frac{M_M . n_M}{9550} = \frac{M_P . n_P}{9550}$$

$$M_M . n_M = M_P . n_P$$

Par | rpm = Par | rpm

Par pequeño x Revoluciones altas del motor = Par grande x Revoluciones bajas del cambio

Por lo tanto: la transmisión en la caja de cambio lo que hace es:

1º Reducir las revoluciones del motor y

2º Aumentar el par motor.

Excepciones: En directa y superdirecta.

Por ello se llama también a la caja de cambio convertidor de par.

$$i_{CAJA} = \frac{n_M}{n_P} = \frac{M_P}{M_M}$$

A. TRANSMISIÓN DE LAS REVOLUCIONES DEL MOTOR

$$n_P = \frac{n_M}{i_{caja}} \quad [\frac{1}{min}]$$

B. TRANSMISIÓN DEL PAR MOTOR

$$M_P = M_M . i_{caja} \quad [Nm]$$

Observación

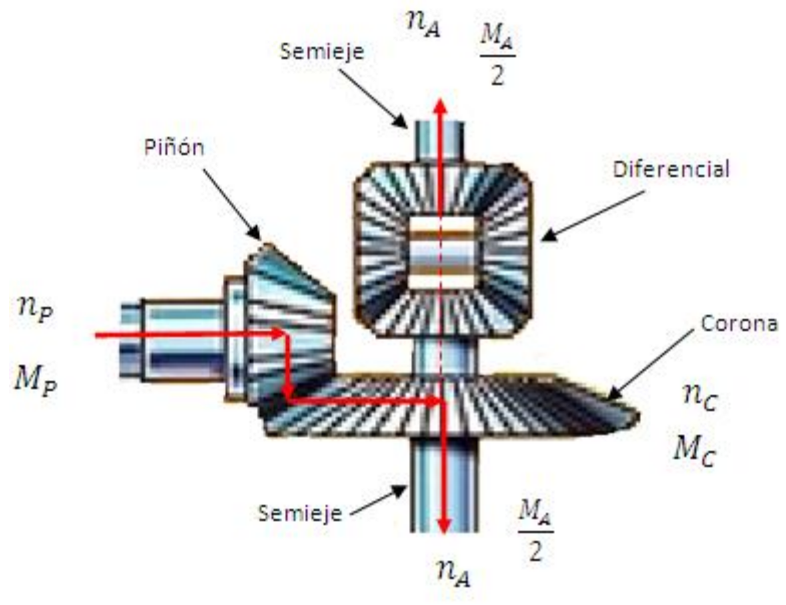
El convertidor de par hidráulico (cambio hidráulico) varía el par motor sin escalonamiento, de modo continuo.

IV. VELOCIDAD DEL VEHÍCULO CON CAJA DE CAMBIO DE VELOCIDADES MECÁNICO

En el puente se encuentra igualmente una transmisión de las revoluciones y del momento de giro. El puente puede estar construido como árbol trasero de accionamiento en las transmisiones normales o tracción trasera y como árbol delanterode accionamiento en la tracción delantera.

Para el puente se emplean principalmente piñones.

La transmisión por piñones se calcula con la misma fórmula que los engranajes de ruedas rectas.



La relación de transmisión del puente es la existente entre las revoluciones del piñón y las de la corona del diferencial.

El piñón y la corona del diferencial transmiten al puente las revoluciones y el par de giro. Las primeras se reducen y el segundo se aumenta.

Notaciones

n_P=Revoluciones del piñón M_P=Par del piñónZ_P= Número de dientes del piñón

n_c= Revoluciones de la corona M_c= Par de la coronaZ_c= Número de dientes de la corona

n_A= Revoluciones del semieje M_A= Par del semieje i_{dif}= Relación de transmisión del puente

4.1. RELACIÓN DE TRANSMISIÓN EN EL PUENTE

$$i_{dif} = \frac{n_P}{n_c(n_A)} \text{Ó} \, i_{dif} = \frac{Z_C}{Z_P}$$

4.2. TRANSMISIÓN DE LAS REVOLUCIONES EN EL PUENTE

$$n_c(n_A) = \frac{n_P}{i_{dif}} [1/\text{min}]$$

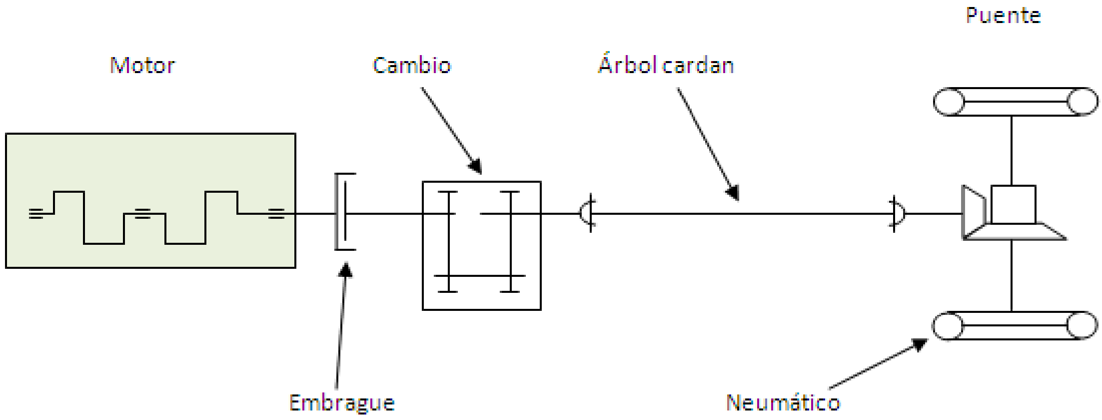
4.3. TRANSMISIÓN DEL PAR DE GIRO EN EL PUENTE

$$M_c(M_A) = M_P . i_{dif} \quad [\text{Nm}]$$

Nota
La relación de transmisión en el puente suele ser de 3,5:1 a 6:1 y en los camiones llega hasta 10:1.

4.4. RELACIÓN DE TRANSMISIÓN TOTAL DEL FLUJO DE FUERZA EN LA TRACCIÓN NORMAL
En el flujo de fuerza del vehículo intervienen dos transmisiones:
1º Las diferentes transmisiones del cambio según la marcha (caja de cambios)
2º transmisión invariable del puente

La relación de transmisión total es la existente entre las revoluciones del motor y las del árbol de accionamiento (Semieje), o bien entre el par del árbol de accionamiento (Semieje) y el par motor.



La relación de transmisión total se calcula multiplicando cada una de las transmisiones de la caja de cambios por la del puente.
Notaciones
$i_{t\,(I,II,III,IV\ y\ Marcha\ atras)}$ =Relación de transmisión total de las distintas marchas

$$i_t = i_{caja} . i_{puente} \quad \text{Ó} \quad i_t = \frac{n_M}{n_A} = \frac{M_A}{M_M}$$

$$n_A = \frac{n_M}{i_t} M_A = M_M . i_t \quad [\text{Nm}]$$

Observación

Las revoluciones del árbol principal a la salida de la caja de cambios son las mismas que las del árbol cardan y, por lo tanto, que las del árbol y lo mismo es válido también para el par.

4.5. VELOCIDAD DEL VEHÍCULO EN LAS DISTINTAS MARCHAS

La velocidad del vehículo depende del tamaño de los neumáticos, las revoluciones del motor y la relación de transmisión total.

A. TAMAÑO DE LOS NEUMÁTICOS

En el grafico se muestra las medidas del neumático.

Para el vehículo en marcha no es el radio estático sino el dinámico el que interesa.

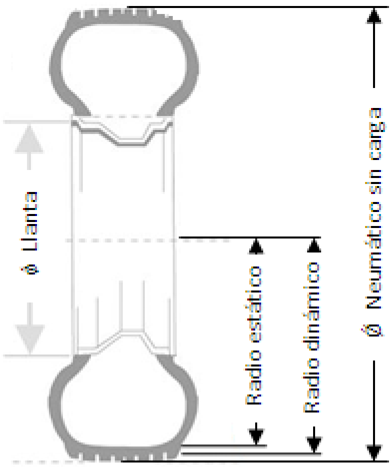
a) RADIO ESTÁTICO

El radio estático es la distancia del centro de la rueda al plano del suelo con el vehículo parado.

b) RADIO DINÁMICO

El radio dinámico es la distancia del centro de la rueda al plano del suelo, pero con el vehículo en marcha.

El radio dinámico es siempre algo mayor que el estático, pues por la fuerza centrífuga la forma del neumático se proyecta hacia afuera.



c) REVOLUCIONES DEL MOTOR

El motor de combustión interna transforma la energía química del combustible en energía cinética del pistón o del cigüeñal. El motor tiene un número determinado de revoluciones que se transmiten a las ruedas motrices.

d) TRANSMISIÓN TOTAL

Las revoluciones del motor, en su curso hacia las ruedas motrices, sufren dos transformaciones en reducción, primero en la caja de cambios y luego en el diferencial. La velocidad del vehículo se calcula con la fórmula para la velocidad tangencial; considerando el radio dinámico, las revoluciones del motor y la relación de transmisión total.

Notaciones

$i_{t\,(I,II,III,IV\ y\ R)}$ =Relación de transmisión total de las distintas marchas

$V_{v\,(I,II,III,IV\ y\ R)}$ =Velocidad del vehículo en las distintas marchas (Km/hr)

n_M =Número de revoluciones del motor [1/min]

n_A =Número de revoluciones del árbol de accionamiento/semieje/ruedas motrices [1/min]

R_{din} =Radio dinámico del neumático [mm]

$v_t = \frac{d.\pi.n}{1000.60} \quad [\frac{m}{s}]$, el diámetro d viene en mm en esta fórmula de velocidad tangencial.

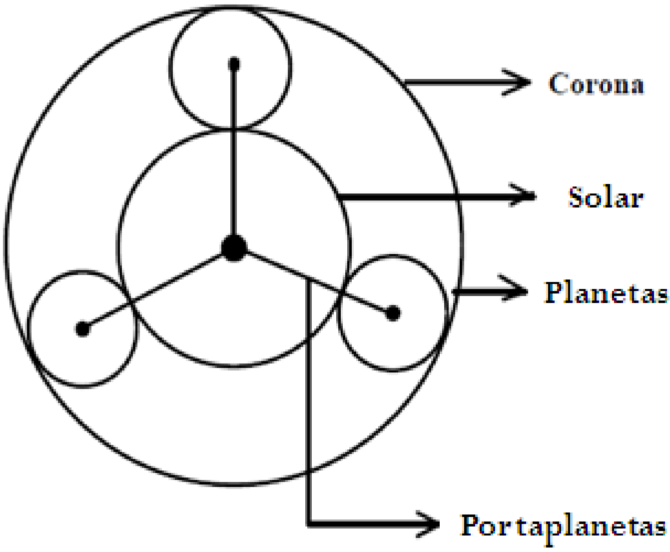
$$V_v = \frac{Perímetro\ neumático * Nº rev\ motor * 3,6}{Relación\ de\ transmisión\ total * 1000 * 60} \quad [\frac{Km}{hr}] \rightarrow V_v = \frac{2.R_{din}.\pi.n_M.3,6}{i_{t(I,II,III,IV,R)} * 1000 * 60} \quad [\frac{Km}{hr}]$$

V. CÁLCULO DE TRANSMISIONES EN CAJAS DE VELOCIDADES AUTOMÁTICA

TREN DE ENGRANES PLANETARIOS:

NOTA:

En la caja de cambios secuencial, se requieren hacer los cambios uno tras otro (en secuencia) tanto para subir como para bajar, a diferencia de la caja de cambios convencional en la cual se puede pasar de cualquier cambio a cualquier otro.



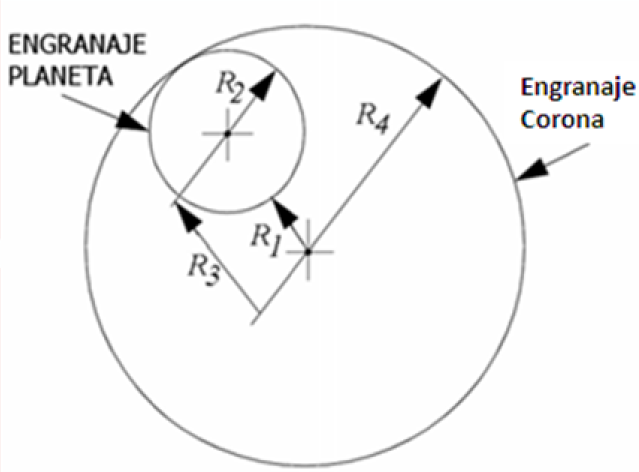
1° LEY DE ENGRANAJES PLANETARIOS

$$R_3 = R_1 + R_2 = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{Z_1 + Z_2}{2p_d} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$$

$$R_3 = R_4 - R_2 = \frac{D_4 - D_2}{2} = \frac{Z_4 - Z_2}{2p_d} = \frac{m(Z_4 - Z_2)}{2}$$

Estas dos expresiones conducen a la ***Primera ley de los engranajes planetarios***:

$$\frac{Z_1 + Z_2}{2p_d} = \frac{Z_4 - Z_2}{2p_d} \quad => \quad \boxed{Z_4 = Z_1 + 2Z_2}$$



$$\boxed{Z_4 = Z_1 + 2Z_2} \qquad \textbf{(9.83)}$$

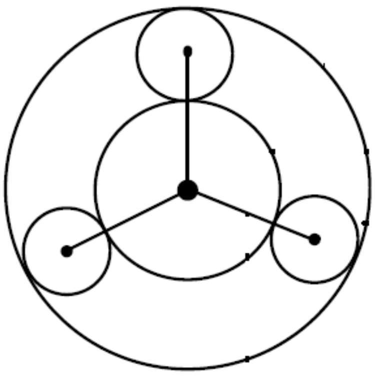
2º LEY DE ENGRANAJES PLANETARIOS

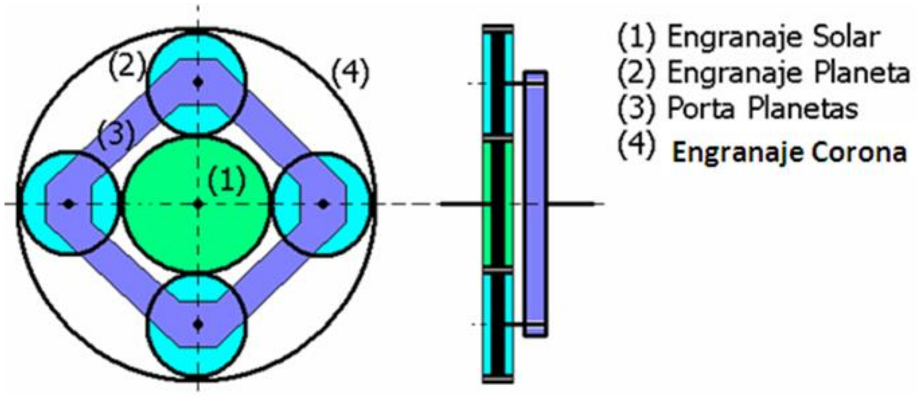
Para que los engranajes planetarios puedan engranar en forma simultanea, se debe verificar la Segunda ley de los engranajes planetarios, que se define según la siguiente expresión:

$$\boxed{\frac{Z_1 + Z_4}{N_P} = n_I} \qquad \forall n_I \in N^+ \qquad (9.84)$$

Siendo **Np** el número de engranajes planetarios (por lo general 3 o 4). La expresión (9.84) significa que n_I debe ser un número entero y positivo.

Debe recalcarse que la ecuación (9.84) no es una ley estricta e inalterable, y existen casos en los cuales no se cumple.





RELACIÓNES DE TRANSMISIÓN EN ENGRANES PLANETARIOS

Para el análisis de velocidades y de las relaciones de transmisión en un tren de engranajes planetarios, lo más sencillo es idealizar el movimiento como si se tratara de ruedas de contacto que rotan sin deslizar. El engranaje solar sirve como elemento de entrada y los engranajes planetas están condicionados a moverse entre el engranaje solar y el engranaje corona y son en definitiva el movimiento de salida. El engranaje corona puede estar fijo o girando o siendo conducido a una velocidad dada.

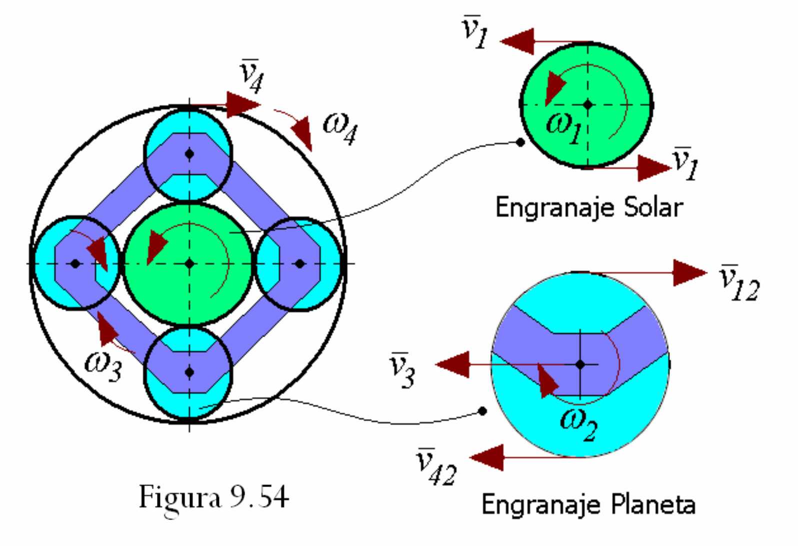


Figura 9.54

Entonces si se supone que el engranaje solar tiene una velocidad determinada **ω_1** *(positiva en sentido anti-horario, ver Figura), la velocidad tangencial de un punto sobre la circunferencia de paso del engranaje solar vendrá dada por:*

$$\boxed{\bar{v}_1 = (\omega_1 \hat{i}_z) \times (R_1 \hat{i}_r) = \frac{Z_1 \omega_1}{2 p_d} \hat{i}_t \qquad (9.85)}$$

De forma análoga, la velocidad tangencial de un punto de la circunferencia de paso del engranaje corona viene dada por:

$$\boxed{\bar{v}_4 = (-\omega_4 \hat{i}_z) \times (R_4 \hat{i}_r) = \frac{Z_4 \omega_4}{2 p_d} \hat{i}_t} \qquad (9.86)$$

El signo de la ecuación precedente está asociado al sentido de giro del engranaje corona (ver Figura 9.54).

La velocidad de rotación de los engranajes planetas es un poco más complicada de obtener pues se trata de un movimiento de rotación alrededor de su propio eje y de traslación sobre una órbita circular de radio *R3 (ver Figuras 9.53 a 9.54). Si el cuerpo porta-planetas rota a una velocidad ω3, entonces la velocidad tangencial de uno cualquiera de los centros de los engranajes planeta viene dada por:*

$$\boxed{\bar{v}_3 = \left(-\omega_3 \hat{i}_z\right) \times \left(R_3 \hat{i}_r\right) = -\frac{(Z_1 + Z_2)\omega_3}{2\,p_d}\,\hat{i}_t} \qquad (9.87)$$

Las velocidades tangenciales v_{12} *y* v_{42} del engranaje planeta se obtienen como:

$$\boxed{\bar{v}_{12} = -\frac{Z_2\omega_2}{2\,p_d}\,\hat{i}_t\,, \qquad \bar{v}_{42} = -\frac{Z_2\omega_2}{2\,p_d}\,\hat{i}_t} \qquad (9.88)$$

Ahora bien, la velocidad tangencial en el punto de contacto de las circunferencias de paso debe ser la misma tanto para el par Solar/Planetas (v_1) como para el par Planetas/Corona (v_4).

Esto se debe a la continuidad del movimiento de rotación y roto-translación (recordar la hipótesis). Entonces los módulos de las velocidades tangenciales vienen dadas por:

$$|\bar{v}_1| = \frac{Z_1\omega_1}{2\,p_d} = \frac{(Z_1 + Z_2)\omega_3}{2\,p_d} - \frac{Z_2\omega_2}{2\,p_d} \Rightarrow Z_1\omega_1 = (Z_1 + Z_2)\omega_3 - Z_2\omega_2 \qquad (9.89.a)$$

$$|\bar{v}_4| = \frac{Z_4\omega_4}{2\,p_d} = \frac{(Z_1 + Z_2)\omega_3}{2\,p_d} + \frac{Z_2\omega_2}{2\,p_d} \Rightarrow Z_4\omega_4 = (Z_1 + Z_2)\omega_3 + Z_2\omega_2 \qquad (9.89.b)$$

Si se elimina ω_2 de entre las dos ecuaciones anteriores se tiene:

$$\boxed{Z_4\omega_4 + Z_1\omega_1 = 2(Z_1 + Z_2)\omega_3} \qquad (9.90)$$

Teniendo presente la condición (9.83), la ecuación (9.90) se transforma en:

$$\boxed{Z_4\omega_4 + Z_1\omega_1 = (Z_1 + Z_4)\omega_3} \qquad (9.91)$$

Las ecuaciones (9.90) y (9.91) son las expresiones genéricas de la relación de velocidades de rotación del tren de engranajes planetarios.

Ahora bien, se pueden presentar los siguientes casos particulares:

a) El engranaje corona esta fijo (ω4 = *0)*
b) El engranaje solar esta fijo (ω1 = *0)*
c) El porta-planetas esta fijo (ω3 = *0)*
d) Que se pueda fijar una relación entre las velocidades del engranaje solar y del engranaje corona (ω4 = *κrω1)*

Para el caso a) empleando las ecuaciones (9.90) o (9.91) se puede obtener:

$$\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_3} = 2\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)} \quad \text{o} \quad \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_3} = \left(1 + \frac{Z_4}{Z_1}\right)} \tag{9.92.a}$$

Para el caso b) empleando las ecuaciones (9.90) o (9.91) se puede obtener:

$$\boxed{\frac{\omega_4}{\omega_3} = 2\left(\frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_2}{Z_4}\right)} \quad \text{o} \quad \boxed{\frac{\omega_4}{\omega_3} = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_4}\right)} \tag{9.92.b}$$

Para el caso c) empleando las ecuaciones (9.90) o (9.91) se puede obtener:

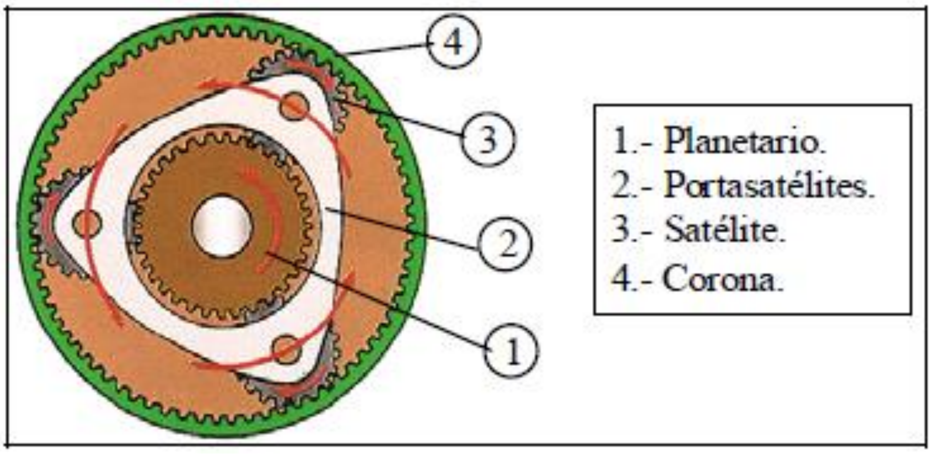
$$\boxed{\frac{\omega_4}{\omega_1} = -\frac{Z_1}{Z_4}} \tag{9.92.c}$$

Para el caso d) empleando la (9.91) se tiene:

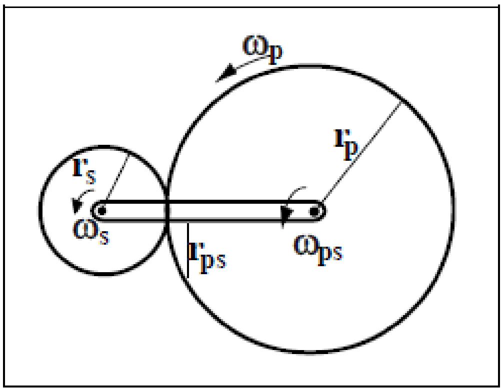
$$\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{(Z_1 + Z_4)}{(Z_1 + \kappa_r Z_4)} = \frac{1 + \dfrac{Z_4}{Z_1}}{1 + \kappa_r \dfrac{Z_4}{Z_1}}} \quad \kappa_r \in [0,1] \tag{9.92.d}$$

Nótese que el caso ***d)*** es bastante general y contiene al caso ***a)*** como caso particular. Este caso permite efectuar un control de velocidad de salida (la del porta planetas) mediante una variación en la constante $\boldsymbol{\kappa^r}$, es decir de la velocidad de engranaje anillo.

En las cajas de cambios de engranajes planetarios se puede cambiar de marcha frenando y liberando los distintos elementos. Los trenes de engranajes planetarios o en *epihipocicloide,* tienen unas relaciones de transmisión que se calculan como sigue:



- Parte *epicicloidal:*



Engranajes epicicloidales.

Considerando la velocidad del punto de contacto se obtiene:

$$\boxed{\omega_s \bullet r_s + \omega_p \bullet r_p = \omega_{ps} \bullet r_{ps}}$$

Como $r_{ps} = r_p + r_s \Rightarrow$

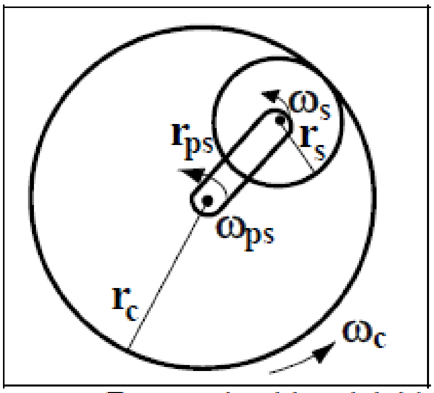
$$\omega_s \bullet r_s + \omega_p \bullet r_p = \omega_{ps} \bullet (r_{ps} + r_s)$$

Operando se tiene:

$$\omega_s \bullet r_s + \omega_p \bullet r_p = \omega_{ps} \bullet r_p + \omega_{ps} \bullet r_s$$
$$(\omega_s - \omega_{ps}) \bullet r_s = (\omega_{ps} - \omega_p) \bullet r_p \Rightarrow (\omega_s - \omega_{ps}) \bullet r_s = -(\omega_p - \omega_{ps}) \bullet r_p$$

$$\boxed{\frac{\omega_p - \omega_{ps}}{\omega_s - \omega_{ps}} = -\frac{r_s}{r_p}} \quad \textbf{(I)}$$

- Parte *hipocicloidal*:



Engranajes hipocicloidales

Considerando la velocidad de punto de contacto se obtiene:

$$\boxed{\omega_{ps} \bullet r_{ps} + \omega_s \bullet r_s = \omega_c \bullet r_c}$$

Como $r_{ps} = r_c - r_s \Rightarrow$

$$\omega_{ps} \bullet (r_c - r_s) + \omega_s \bullet r_s = \omega_c \bullet r_c \Rightarrow$$
$$\omega_{ps} \bullet r_c - \omega_{ps} \bullet r_s + \omega_s \bullet r_s = \omega_c \bullet r_c$$
$$(\omega_s - \omega_{ps}) \bullet r_s = (\omega_c - \omega_{ps}) \bullet r_c \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\omega_s - \omega_{ps}}{\omega_c - \omega_{ps}} = \frac{r_c}{r_s}} \quad \textbf{(II)}$$

Multiplicando **(I)** y **(II)** se obtiene:

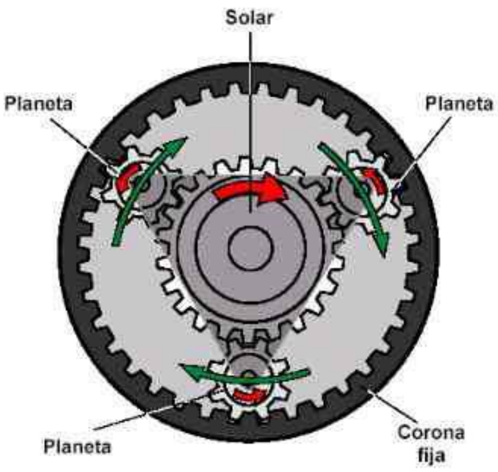
$$\frac{\omega_p - \omega_{ps}}{\omega_s - \omega_{ps}} \bullet \frac{\omega_s - \omega_{ps}}{\omega_c - \omega_{ps}} = -\frac{r_c}{r_p} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\omega_p - \omega_{ps}}{\omega_c - \omega_{ps}} = -\frac{r_c}{r_p}} \quad \textbf{(III)}$$

Las ecuaciones **(I)**, **(II)** y **(III)** relacionan las velocidades de giro de corona, satélite, portasatélites y planetario en función de sus radios.

ECUACIÓNES PARA TREN DE ENGRANES PLANETARIOS

RELACIÓN DE TRANSMISIÓN:



$$i_t = \frac{n_{entrada\,relativo\,al\,brazo}}{n_{salida\,relativo\,al\,brazo}} = \frac{n_e - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = \frac{producto\ de\ n^{o}\ de\ dientes\ eng.conducidos}{producto\ de\ n^{o}\ de\ dientes\ eng.conductores}$$

Los dientes en los engranajes solar, planetario y corona deben tener el mismo paso diametral y el número de dientes está relacionado por:

$$\boldsymbol{z}_{corona} = \boldsymbol{z}_{solar} + 2.\boldsymbol{z}_{planetario}$$

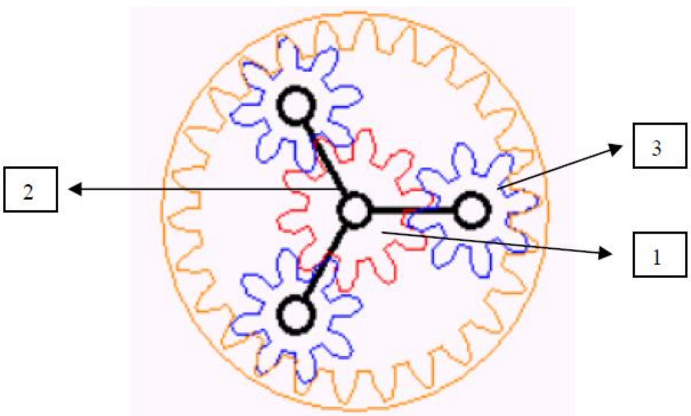
Las energías/Potencias de entrada y salida del tren deben ser iguales.

$$\boldsymbol{T}_{entrada} \cdot \boldsymbol{n}_{entrada} = \boldsymbol{T}_{salida} \cdot \boldsymbol{n}_{salida}$$

1. Solar ó Planetario

3. Planetas ó Satélites

2. Brazo ó Portasatélite ó Portaplanetas



En los trenes de engranajes a la relación de transmisión se le atribuye signo positivo si los sentidos de giro de entrada y de salida son iguales, y negativo si son opuestos.

Nomenclatura

n'_s= velocidad angular de la rueda de salida del tren fijo

n'_e =velocidad angular de la rueda de entrada del tren fijo

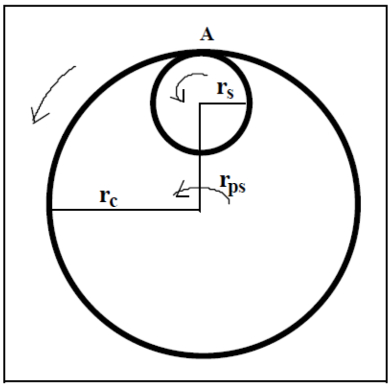
n_s = velocidad angular de la rueda de salida del tren epicicloidal

n_e =velocidad angular de la rueda de entrada del tren epicicloidal

n_b = velocidad del brazo

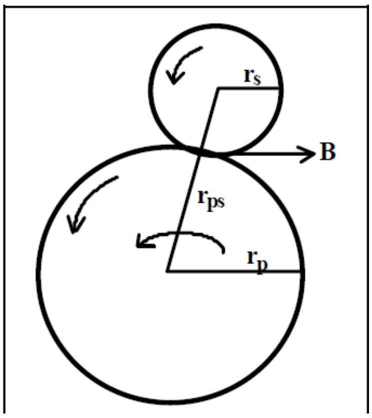
TREN HIPOCICLOIDAL

$$\boxed{i = \frac{n_c - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = \frac{z_s}{z_c} = \frac{r_s}{r_c}}$$



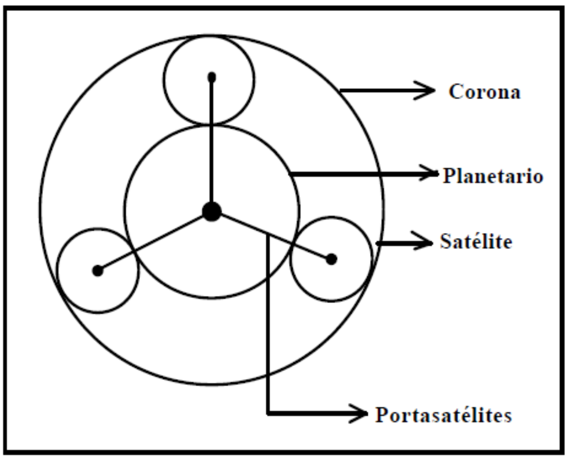
TREN HEPICICLOIDAL

$$\boxed{i = \frac{n_p - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = -\frac{z_s}{z_p} = -\frac{r_s}{r_p}}$$

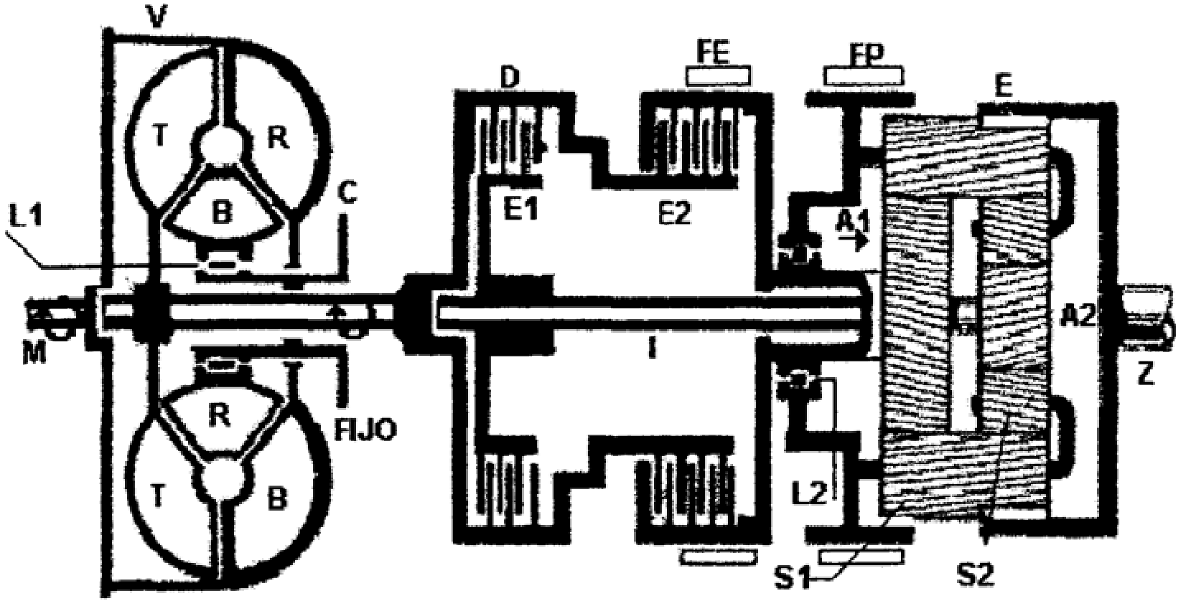


TREN DE ENGRANES PLANETARIOS

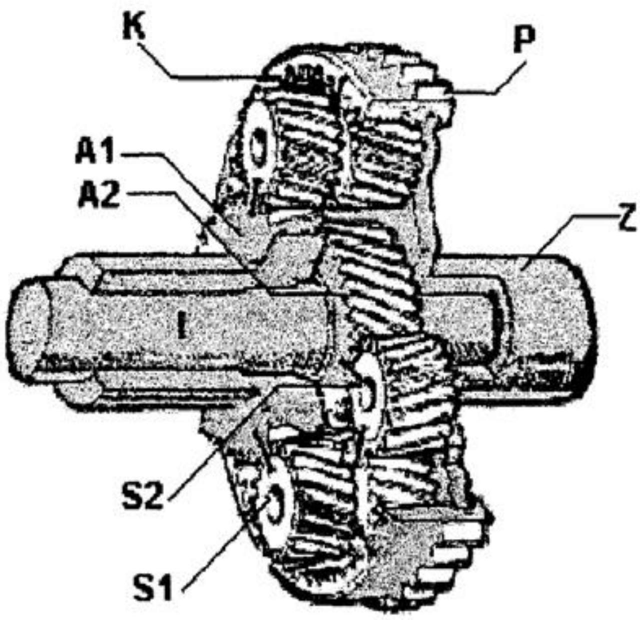
$$\boxed{i = \frac{n_p - n_{brazo}}{n_c - n_{brazo}} = -\frac{z_c}{z_p} = -\frac{r_c}{r_p}}$$



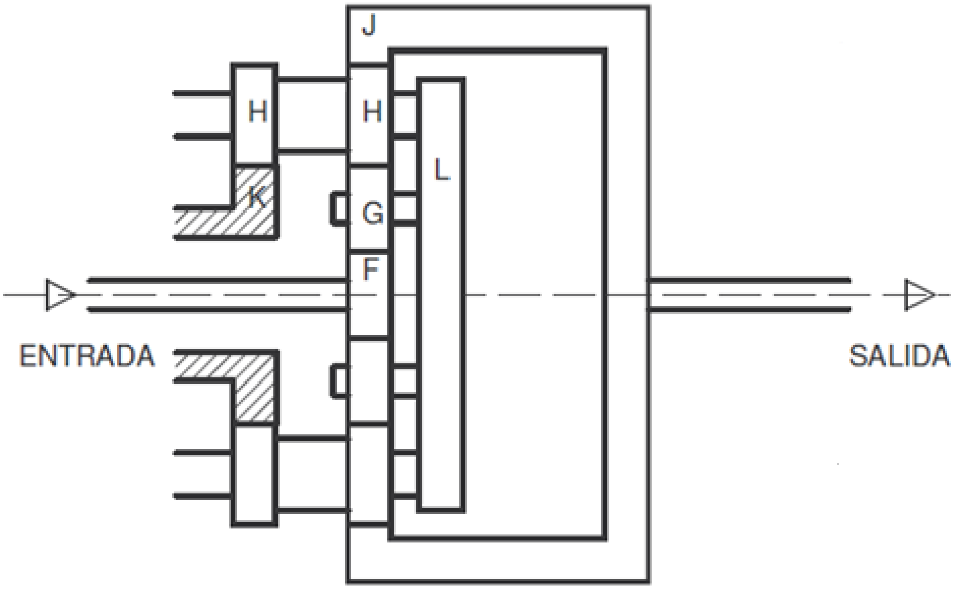
CÁLCULOS EN CAJA AUTOMÁTICA BORG-WARNER MOEDELO 35



M= Motor
V= Convertidor hidráulico
B= Bomba
R= Reactor
L1= Rueda libre 1
L2=Rueda libre 2
C= Carter fijo
T= Turbina
D= Campana
E1= Primer embrague
E2= Segundo embrague
A1= Planeta primario
A2= Planeta secundario
FF= Freno frontal
FP= Freno posterior
K= Corona
S1= Satélite del tren primario
S2 = Satélite del tren secundario
Z= Árbol de transmisión (Eje)
L= Brazo portasatélites



La potencia ingresa al juego de engranajes a través de los engranajes solares. Para las marchas delanteras ingresará por el engranaje solar delantero y para las de reversa por el posterior. La potencia sale por el engrane corona, y los piñones son usados para transmitir la potencia desde los engranajes solares hacia la corona. Para la reversa se usa un solo juego de piñones, los que hacen que el engrane corona rote en dirección opuesta al solar. Para marchas delanteras se usa un doble juego de piñones lo que provoca que el engrane corona rote en la misma dirección del solar. El piñón transportador localiza los piñones relativos a los dos engranes solares y a la corona.



$$i = \frac{n_{\text{último relativo al brazo}}}{n_{\text{primero relativo al brazo}}} = \frac{n_{\text{último}} - n_{brazo}}{n_{primero} - n_{brazo}}$$

$$i = \frac{n_e - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = \frac{\text{producto de nº de dentes eng.conducidos}}{\text{producto de nº de dentes eng.conductores}}$$

1º Se supone el brazo L, fijo:

Para el tren FGHK ⟶ $i_{fk} = \frac{Z_g.Z_h.Z_k}{Z_f.Z_g.Z_h} = -\frac{Z_k}{Z_f}$

Para el tren FGHJ ⟶ $i_{fj} = \frac{Z_g.Z_h.Z_j}{Z_f.Z_g.Z_h} = +\frac{Z_j}{Z_f}$

2º Se supone el brazo L, móvil:

Para el tren FGHK ⟶ $\frac{n_f - n_l}{n_k - n_l} = -\frac{Z_k}{Z_f}$

Para el tren FGHJ ⟶ $\frac{n_f - n_l}{n_j - n_l} = \frac{Z_j}{Z_f}$

A. FLUJO DE FUERZA PARA *1ra* MARCHA

Se aplica el embrague frontal, conectando la turbina convertidora al engranaje solar delantero. El portasatélite se mantiene estacionario para que el tren de engranes operen como un tren simple.

Fórmula general:

$$i_t = \frac{n_{entrada\,relativo\,al\,brazo}}{n_{salida\,relativo\,al\,brazo}} = \frac{n_e - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = \frac{producto\ de\ n^o\ de\ dientes\ eng.conducidos}{producto\ de\ n^o\ de\ dientes\ eng.conductores}$$

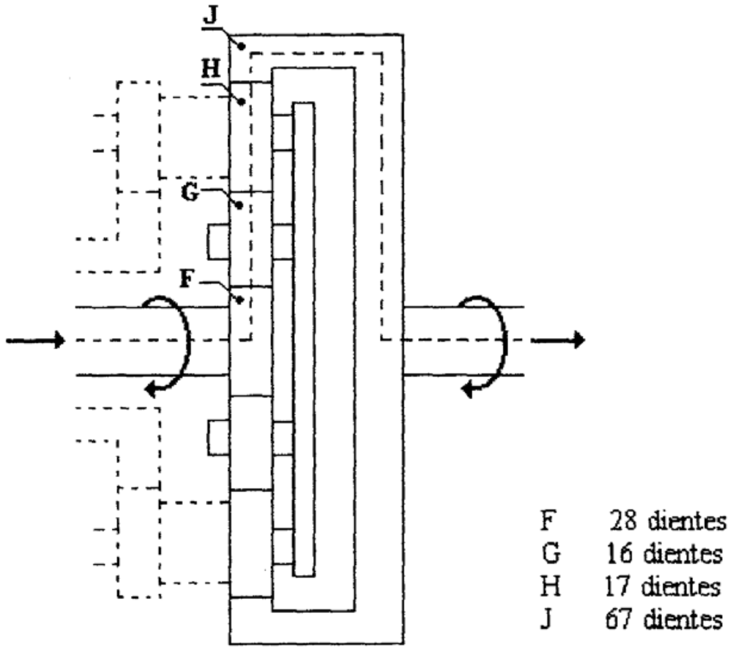
Si: $n_{BRAZO} = 0$

$i \geq 1$

$$i = \frac{CONDUCIDOS}{CONDUCTORES} = \frac{Z_G . Z_{H1} . Z_J}{Z_F . Z_G . Z_{H1}}$$

$$i = +\frac{Zj}{ZF} = \frac{67}{28}$$

$iprimera = 2.39$



B. FLUJO DE FUERZA PARA *2da* MARCHA

Se aplica el engranaje frontal, conectando la turbina convertidora al engranaje solar delantero. También se acciona la banda frontal, manteniendo al engranaje solar de reversa estacionario; en este momento el piñón "camina" alrededor del engranaje solar estacionario

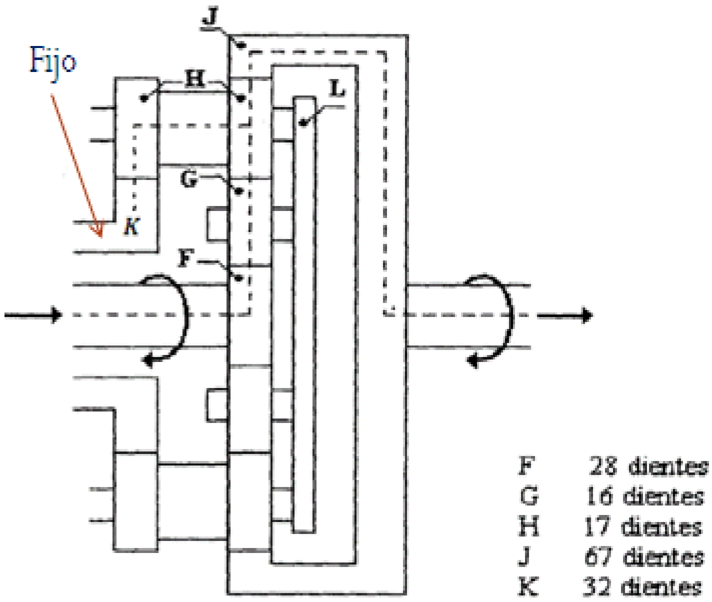
El engranaje solar de reversa se mantiene de tal manera que el juego de engranes operan como un tren epicíclico.

Fórmula general:

$$i_t = \frac{n_{entrada\ relativo\ al\ brazo}}{n_{salida\ relativo\ al\ brazo}} = \frac{n_e - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}}$$

$w = n = velocidad\ angular$

$$\frac{n_{entrada\ relativo\ al\ brazo}}{n_{salida\ relativo\ al\ brazo}} = \frac{n_F - n_L}{n_J - n_L}$$



B1. CÁLCULO DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN EN 2da Marcha

Fórmula general:

$$\boxed{i_t = \frac{n_{entrada\ relativo\ al\ brazo}}{n_{salida\ relativo\ al\ brazo}} = \frac{n_e - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = \frac{Producto\ de\ n^{o}\ de\ dientes\ de\ engranes\ de\ salida}{Producto\ de\ n^{o}\ de\ dientes\ de\ engranes\ de\ entrada}}$$

CONSIDERANDO

F: Primero en contacto con planetarios

J: Último en contacto con planetarios

$$\frac{n_{eF}}{n_{sJ}} = \frac{n_F - n_L}{n_J - n_L} \qquad (1)$$

Considerando **L** detenido, Entonces:

$$\frac{n_{eF}}{n_{sJ}} = \frac{n_F - n_L}{n_J - n_L} = \frac{Z_G . Z_{H1} . Z_J}{Z_F . Z_G . Z_{H1}} \longrightarrow \frac{n_{eF}}{n_{sJ}} = \frac{Z_J}{Z_F} = \frac{67}{28} \longrightarrow \frac{n_{eF}}{n_{sJ}} = \frac{67}{28} \qquad (2)$$

Igualando (1) y (2) y considerando $n_F = 1000\ rpm$

$$\frac{67}{28} = \frac{1000 - n_L}{n_J - n_L}$$

$$67 . n_J - 39 . n_L = 28000 \qquad (3)$$

B2. CÁLCULO DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN EN 2da Marcha

Fórmula general:

$$i_t = \frac{n_{entrada\ relativo\ al\ brazo}}{n_{salida\ relativo\ al\ brazo}} = \frac{n_e - n_{brazo}}{n_s - n_{brazo}} = \frac{Producto\ de\ n^{o}\ de\ dientes\ de\ engranes\ de\ salida}{Producto\ de\ n^{o}\ de\ dientes\ de\ engranes\ de\ entrada}$$

CONSIDERANDO **L** detenido, Entonces:

F: Primero en contacto con planetarios

K: Último en contacto con planetarios

$$\frac{n_{eF}}{n_{sK}} = \frac{n_F - n_L}{n_K - n_L} \qquad (4)$$

$$\frac{n_{eF}}{n_{sK}} = \frac{n_F - n_L}{n_K - n_L} = \frac{Z_G . Z_{H1} . Z_K}{Z_F . Z_G . Z_{H2}} \longrightarrow \frac{n_{eF}}{n_{sK}} = \frac{Z_K}{Z_F} = \frac{32}{28} \longrightarrow \frac{n_{eF}}{n_{sK}} = \frac{32}{28} \qquad (5)$$

Igualando (4) y (5) y considerando $n_F = 1000$ y $n_K = 0$, por estar fijo el solar de reversa

$$\frac{32}{28} = \frac{1000 - n_L}{0 - n_L} \longrightarrow n_L = 466.66\ rpm \qquad (6)$$

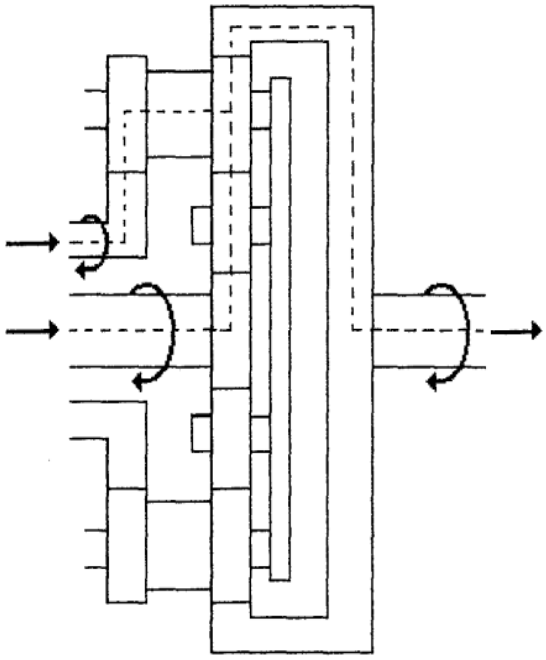
Reemplazando (6) en (3) tenemos:

$$n_J = 689{,}5\ rpm \longrightarrow i_{II} = \frac{n_{entrada}}{n_{salida}} = \frac{n_F}{n_J} = \frac{1000\ rpm}{689{,}5\ rpm} = 1{,}45:1$$

C. FLUJO DE FUERZA PARA 3ra MARCHA

Se aplica el embrague frontal, conectando la turbina convertidora al engranaje solar delantero. El embrague posterior es aplicado conectando la turbina al engranaje solar de reversa con esta combinación se traslada toda la velocidad y torque del motor hacia el eje de salida

Para el tercer conjunto de engranajes, ambos engranajes solares se ajustan conjuntamente el juego de engranajes rota como uno solo, por lo que el juego de engranajes proveerá una relación de 1:1



i *para tercera = 1:1*

El conjunto tiene un comportamiento de eje de transmisión de movimiento.

D. FLUJO DE FUERZA PARA REVERSA

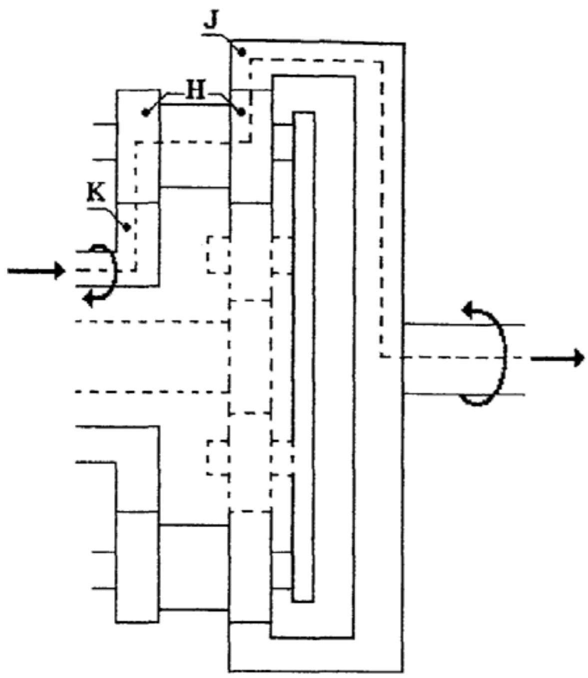
Se aplica el embrague posterior, conectando la turbina convertidora al engranaje solar de reversa. También se acciona la banda posterior, manteniendo al planeta secundario Con el engranaje de reversa engranando, la potencia es aplicada al engranaje solar de reversa. El Portaplanetas se mantiene estacionario para que estos roten el engranaje corona en dirección opuesta al engranaje solar de reversa.

$$i \geq 1$$

$$i = \frac{conducidos}{conductores} = \left(-\frac{Z_J}{Z_M}\right)\left(+\frac{ZH_J}{Z_K}\right)$$

$$i = -\frac{Z_J}{Z_K} = -\frac{67}{32}$$

$$i = 2{,}093$$



E. TAREA

10.- Un tren de engranajes epicicloidales está constituido por: una corona de 42 dientes, tres satélites de 12 dientes y un planetario de 21 dientes. El planetario se ha bloqueado. Se pide:
1.- La velocidad de salida cuando se alimenta a 4000 r.p.m, al árbol de la corona.
2.- La velocidad de salida cuando se alimenta a 4000 r.p.m., al árbol del portasatélites.