INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICO PÚBLICO
“FRANCISCO DE PAULA GONZALES VIGIL” TACNA
Revalidado por el Ministerio de Educación R.D. Nº 0668-2006-ED y R.D. Nº 0025-2007-ED
MECATRÓNICA AUMOTRIZ

CONSEJO DEPARTAMENTAL TACNA

CIRCUITOS LÓGICOS

Actividad de Aprendizaje N° 03

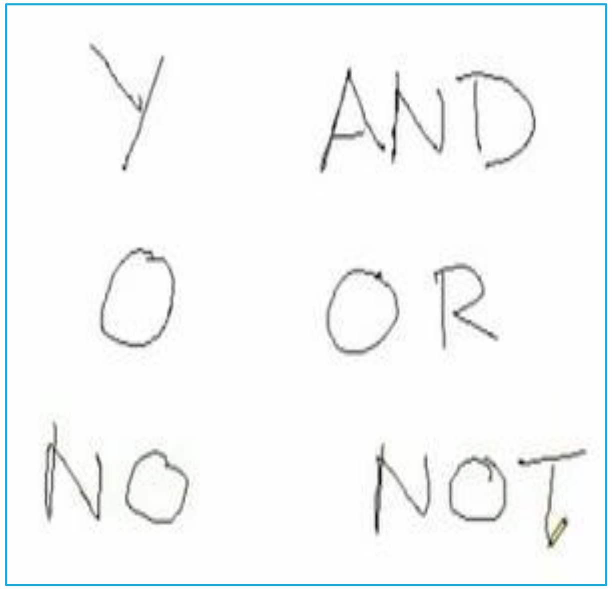
Ing. Juan J. Nina Charaja
CIP 99002
jjnch.24@hotmail.com

ING. JUAN JOSE NINA CHARAJA

OPERACIONES BÁSICAS

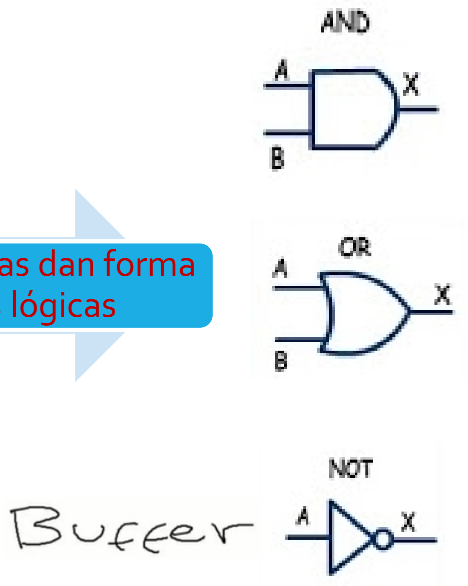
A partir de estas tres operaciones básicas surge toda el algebra booleana.

Con estas tres operaciones podemos diseñar cosas tan complejas como un microprocesador.



OPERACIONES BÁSICAS

Las operaciones básicas dan forma a las compuertas lógicas



Compuertas Lógicas

CONSTANTES LÓGICAS

Una **constante lógica** es una expresión cuyo significado no varía con cada interpretación.

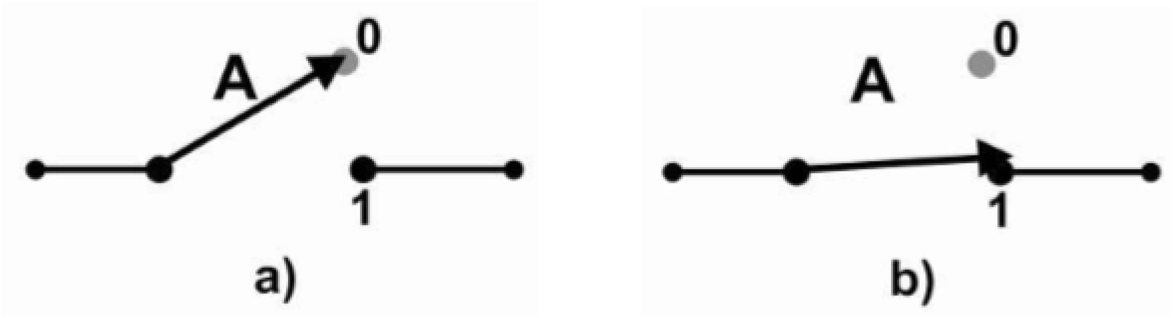
Podemos considerar constantes a:

Verdadero
V
T True
1

Falso
F False
0

Operadores	Significado
False	Falsa
TRUE	VERDADERA
NOT	no
AND	y
OR	o

Dos valores comúnmente denominados “**Falso**" y “**Verdadero**", que pueden relacionarse a los dos únicos estados de los circuitos de interrupción, circuito "**abierto** " y "**cerrado**".



Interruptor asociado con la variable "A".

a) Interruptor Abierto, A = FALSA, A =0.

b) Interruptor Cerrado, A = VERDADERA, A = 1.

VARIABLES LÓGICAS

Variables:

A B C

$A = T$

$A = 1$

$A = 0$

$B = F$

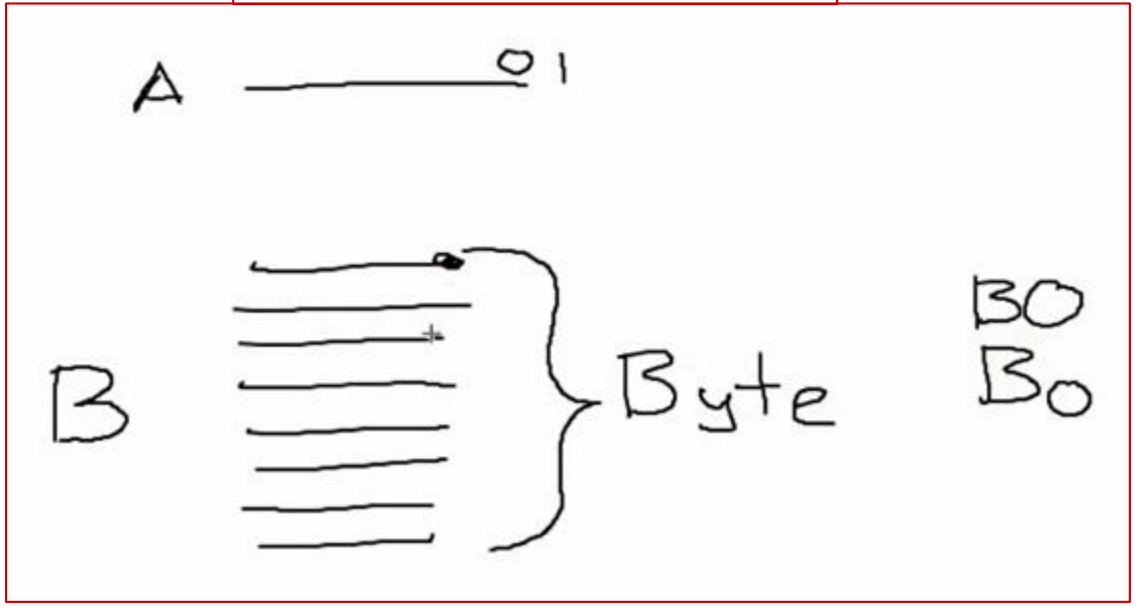
$B = 0$

$C = A \text{ OR } B$

Una variable representa un valor que pueda cambiar (variar)

Pueden ser:
- variables independientes
- Variables dependientes

Posibilidades de transmisión



FUNCIONES MATEMÁTICAS

En matemáticas, se dice que una magnitud o cantidad es función de otra si el valor de la primera depende del valor de la segunda. Por ejemplo el área A de un círculo es función de su radio r

f(x)

g(x)

$$X(A,B,C) = \bar{A}B + C + BA\bar{C}$$

El valor de X, dependerá de los valores que tome A,B y C. Según estén definido en una expresión algebraica como: $= \bar{A}B + C + BA\bar{C}$

¿Como conocer el valor de esta función Lógica?

$$X(A,B,C)=\bar{A}B+C+BA\bar{C}$$

Con la ayuda de una "Tabla de Verdad"

A	B	C	X

Cada uno de las filas representa una posible combinación de transmisión

	A	B	C	X
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

$2^2=4$

$2^3=8$

2^n

Cantidad de filas

Orden

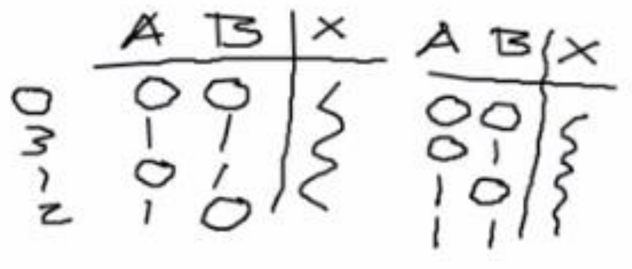


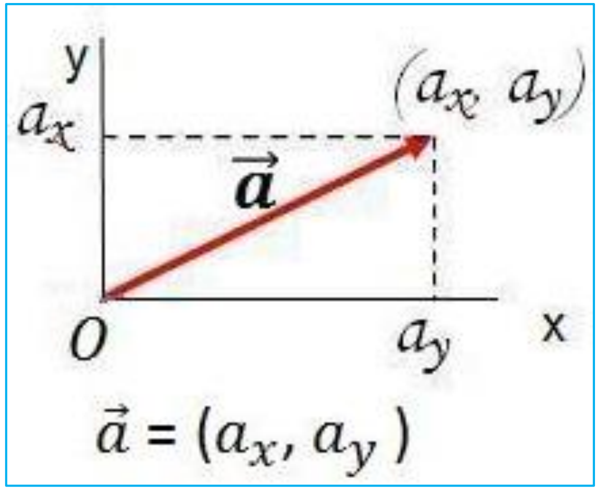
Tabla Canónica

En la tabla; los **ceros** han sido reemplazados por F, y los **unos** por T

	A	B	C	X		
0	F	F	F	F		0
1	F	F	T	T		1
2	F	T	F	T		1
3	F	T	T	F		0
4	T	F	F	T	=	1
5	T	F	T	F		0
6	T	T	F	F		0
7	T	T	T	F		0

Representación Vectorial de la función X

$$X(A,B,C)=(\overset{\overset{0}{\downarrow}}{0},1,1,0,1,\overset{\overset{5}{\downarrow}}{0},0,0)$$



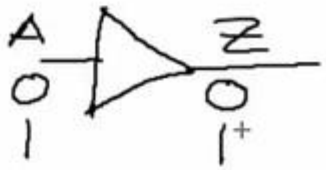
OPERADORES LÓGICOS=COMPUERTAS

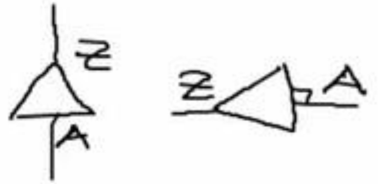
OPERADOR LÓGICO **N° 01**

Tabla de verdad correspondiente

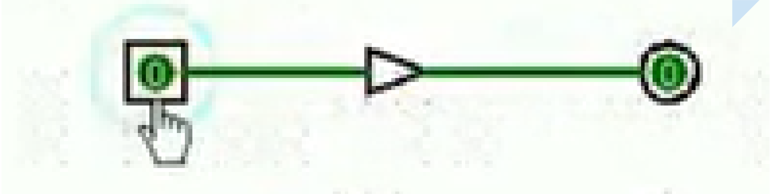
A	Z
0	0
1	1

Buffer





Nos vamos al simulador LOGISIM

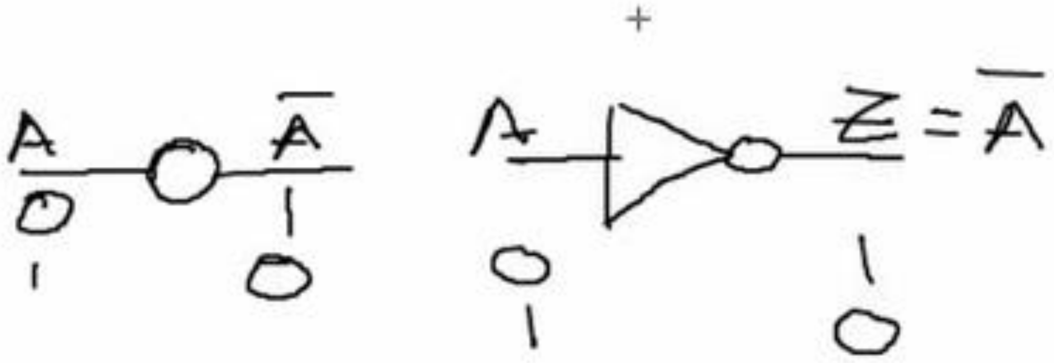


OPERADOR LÓGICO N° 02

Tabla de verdad correspondiente

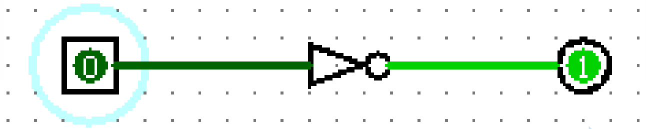
A	Z
0	1
1	0

NOT



$\bar{A}$ /A $\neg A$

Tipos de negaciones de A



En el simulador LOGISIM

OPERADOR LÓGICO N° 03

Y **AND**

* • ^

Tipos de conjugación

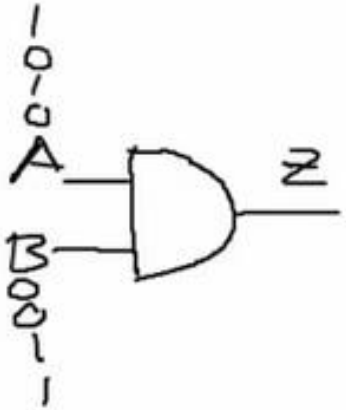
$Z = m \cdot n$

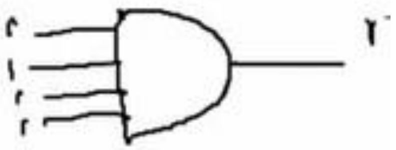
$Z = m * n$

$Z = m \wedge n$

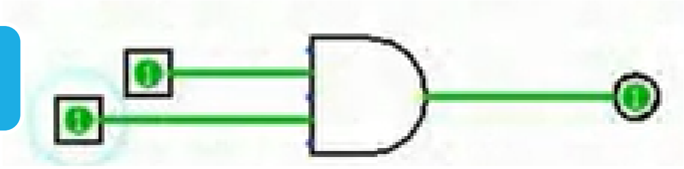
Tabla de verdad correspondiente

A	B	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1





En el simulador LOGISIM

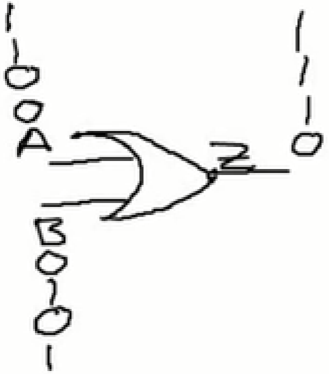


OPERADOR LÓGICO N° 04

O | OR

Tabla de verdad correspondiente

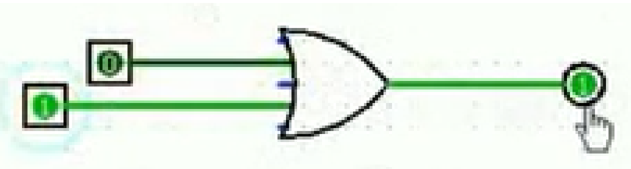
A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Tipos de representación

$+$ $\vee$

$$Z = A + B$$
$$Z = A \vee B$$



Nos vamos al simulador LOGISIM

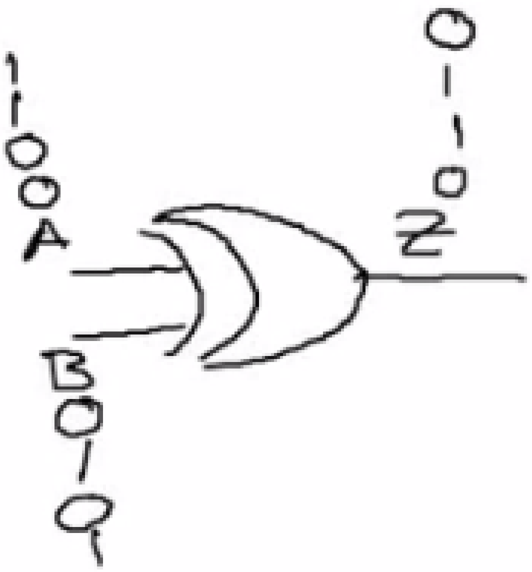
OPERADOR LÓGICO N° 05

XOR

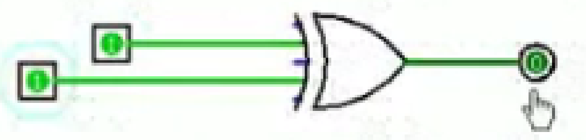
OR eXclusivo

$\oplus$

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$Z = A \oplus B$$

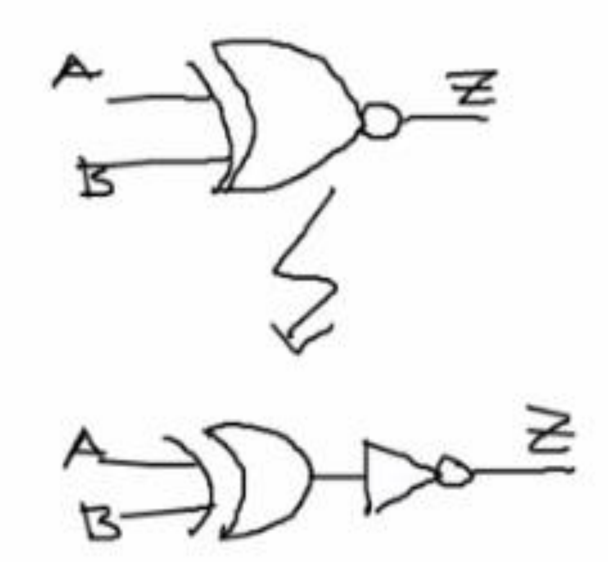


OPERADOR LÓGICO N° 06

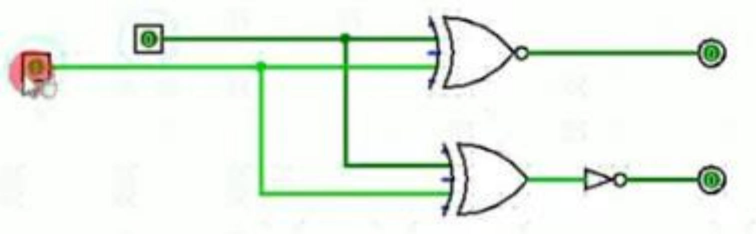
XNOR

$\equiv$

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



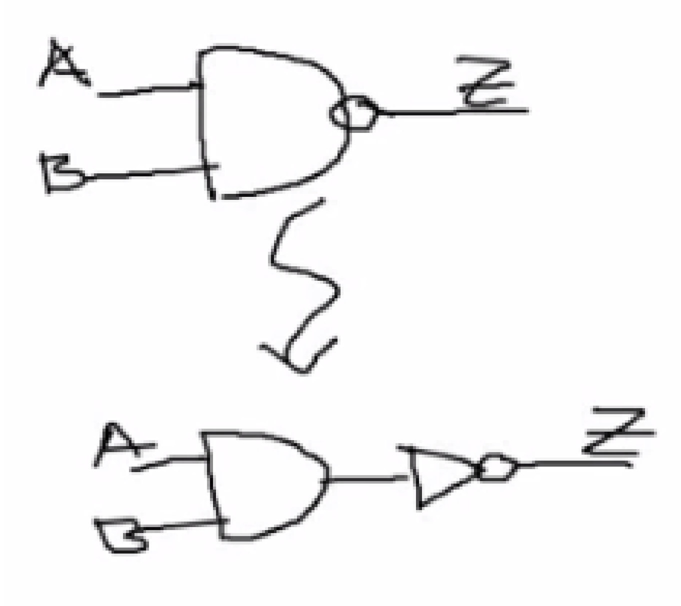
$$Z = A \equiv B$$

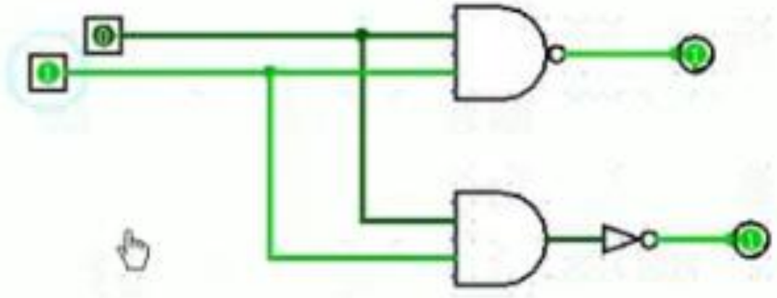


OPERADOR LÓGICO N° 07

NAND

A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

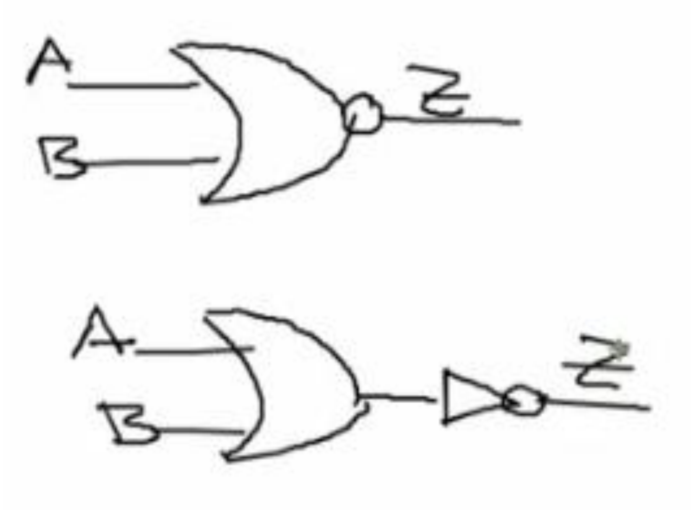


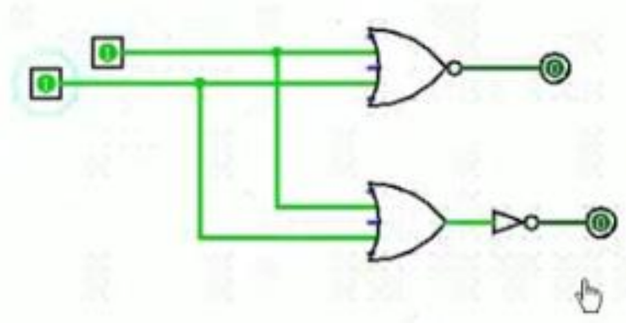


OPERADOR LÓGICO N° 08

NOR

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0





OPERADOR LÓGICO N° 09

IMPLICACIÓN MATERIAL

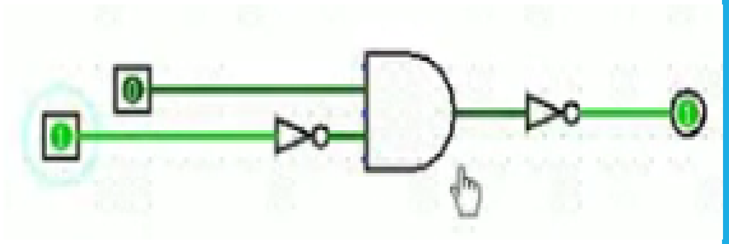
$\longrightarrow$

1. Que si A es verdadero el valor de salida es de B

2. Que si A es Falso el valor de B puede ser ignorado, pero podemos colocarle un 1 en la salida por seguridad.

A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$Z = A \rightarrow B$



LEYES ARITMÉTICAS SIMPLES

1 Ley aditiva OR

$$0+0=0$$
$$0+1=1$$
$$1+0=1$$
$$1+1=1$$

LEYES ARITMÉTICAS SIMPLES

2 Ley multiplicativa AND

$0 \cdot 0 = 0$

$0 \cdot 1 = 0$

$1 \cdot 0 = 0$

$1 \cdot 1 = 1$

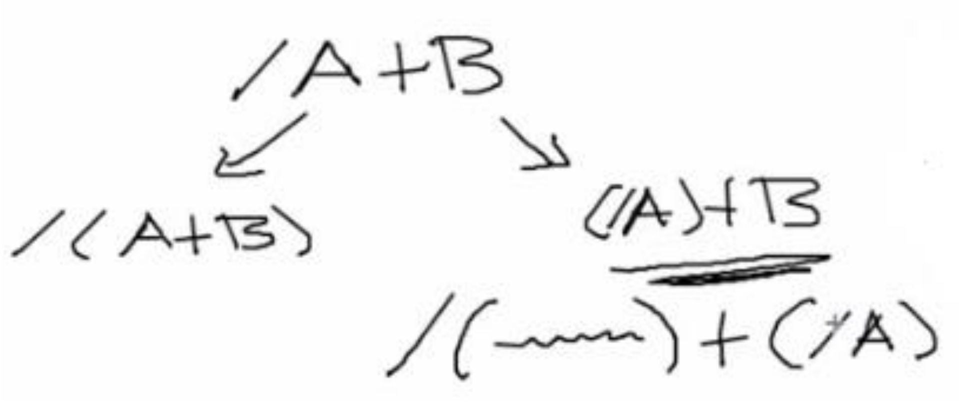
JERARQUIA DE OPERADORES

NOT → Primero en operar

AND → Segundo en operar

OR → Tercero en operar

Ejemplo



IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

Propiedad aditiva de 0, Identidad OR

Siempre que tengamos una operación de suma con cero podemos eliminar dicha suma y dejar solo el valor de X.

$$\boxed{X+0 = X}$$

X	0	
0	0	0
1	0	1

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

Propiedad aditiva de 1, Aniquilador OR

$$\boxed{X + 1 = 1}$$

Cuando tengamos cualquier valor sumado con un **1** será igual a **1.** Entonces podemos aniquilar dicha variable.

X	1	+
0	1	1
1	1	1

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

ADICION DE SI MISMO, IDEMPOTENCIA OR

$$\boxed{x + x = x}$$

X		
0	0	0
1	1	1

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

ADICION DEL COMPLEMENTO

Cuando a una Variable se le suma con su Complemento el resultado será siempre **1**.

$$\boxed{X + /X = 1}$$

X	/X	
0	1	1
1	0	1

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

PROPIEDAD MULTIPLICATIVA DE 0, ANIQUILADOR AND

$$\boxed{0 * X = 0}$$

0	X	
0	0	0
0	1	0

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

PROPIEDAD MULTIPLICATIVA DE 1, IDENTIDAD AND

$$\boxed{1 * X = X}$$

1	X	
1	0	0
1	1	1

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

MULTIPLICACION POR SI MISMO, CUADRADO, IDEMPOTENCIA AND

$$\boxed{X * X = X}$$

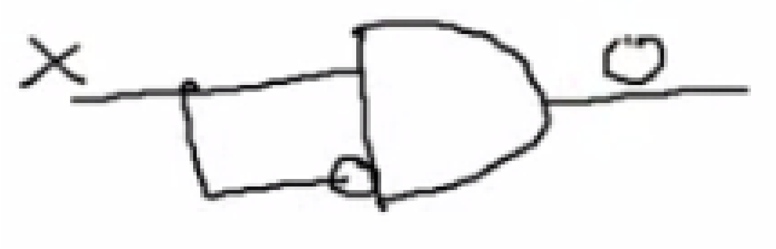
X		
0	0	0
1	1	1

IDENTIDADES ALGEBRAICAS (básicas)

MULTIPLICACION POR EL COMPLEMENTO

$$\boxed{X * /X = 0}$$

X	/X	
0	1	0
1	0	0



PROPIEDADES ALGEBRAICAS

PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA SUMA

$$\boxed{x+y=y+x}$$

x	y	$x+y$	$y+x$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

PROPIEDADES ALGEBRAICAS

PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA MULTIPLICACION

$$\boxed{x \cdot y = y \cdot x}$$

x	y	$x \cdot y$	$y \cdot x$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

PROPIEDADES ALGEBRAICAS

PROPIEDADES ASOCIATIVAS DE LA SUMA

$$\boxed{x+(y+z)=(x+y)+z}$$

x	y	z	x+(y+z)	(x+y)+z
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

PROPIEDADES ALGEBRAICAS

PROPIEDADES ASOCIATIVAS DE LA MULTIPLICACION

$$\boxed{x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z}$$

$x \cdot (y \cdot z)$	$(x \cdot y) \cdot z$
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1	1

PROPIEDADES ALGEBRAICAS

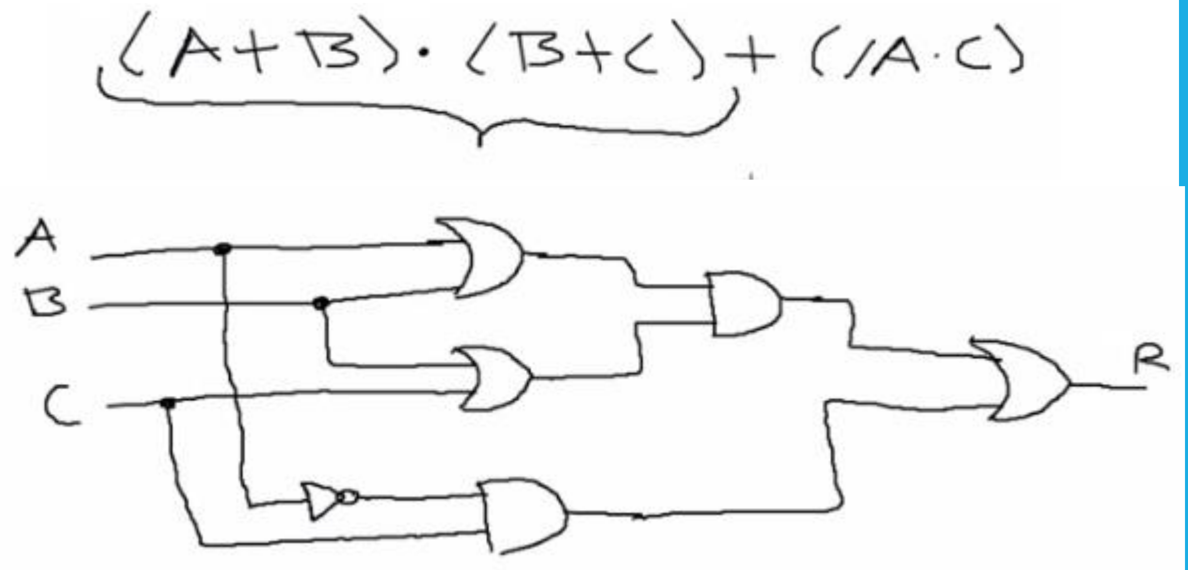
PROPIEDADES DISTRIBUTIVAS DE LA SUMA Y LA MULTIPLICACION

$$\boxed{X \cdot (Y + Z) = X \cdot Y + X \cdot Z}$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

TRANSFORMACION DE ALGEBRA BOOLEANA A DIAGRAMA

TRANSFORMAR: $(A+B)\cdot(B+C)+(/A\cdot C)$



1: Primero tenemos que fijarnos en las variables de entrada

2: Luego fijarnos en los términos y operandos que tenemos

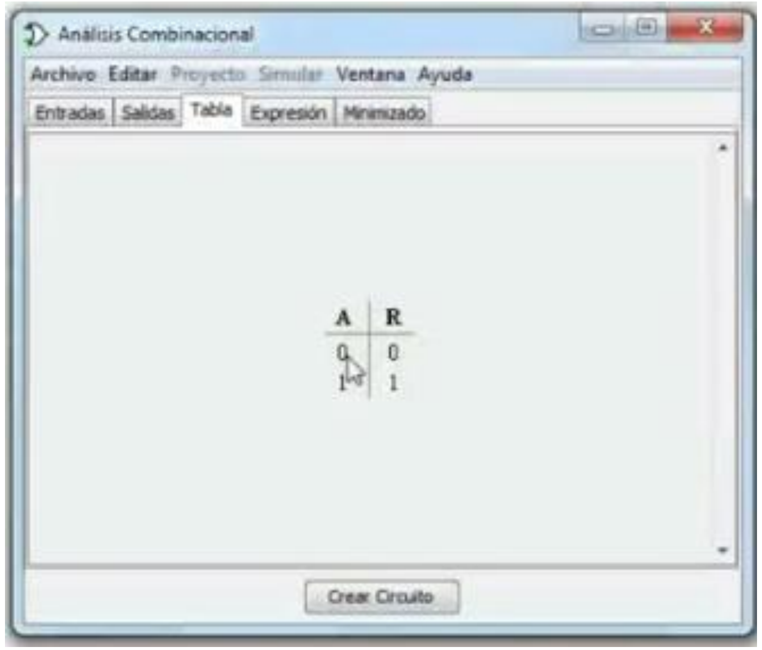
RELACIONES ÚTILES

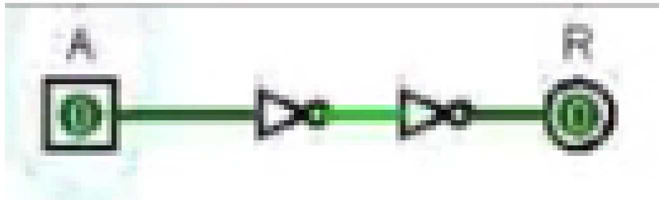
01:

//A = A

/(/A)

Luego de ingresar datos al Simulador **Logisim** comprobaremos lo indicado en la relación

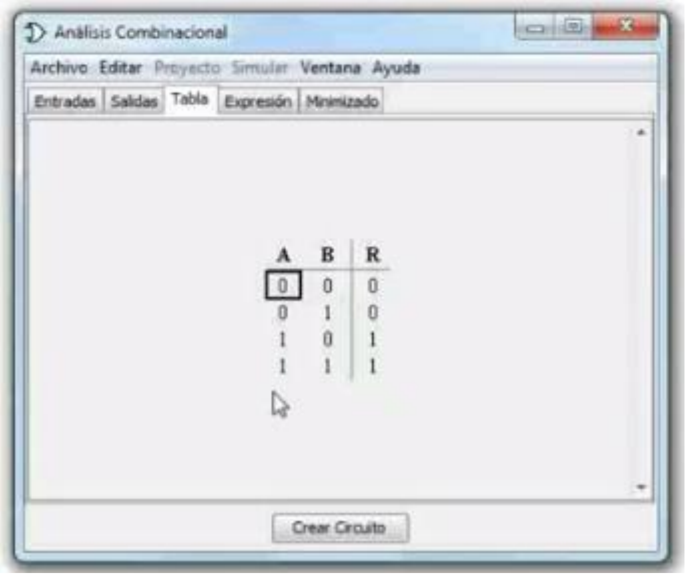




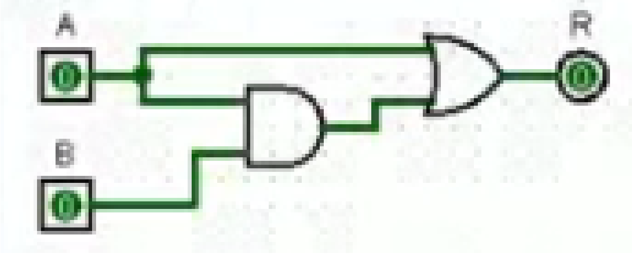
RELACIONES ÚTILES

02: $A + (A \cdot B) = A$

Luego de ingresar datos al Simulador **Logisim** comprobaremos lo indicado en la relación



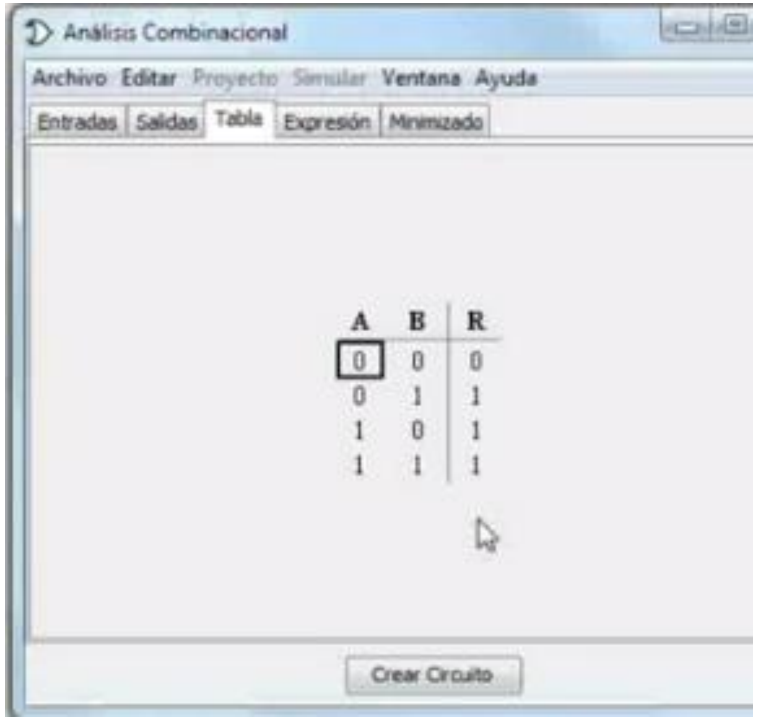
A	B	R
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

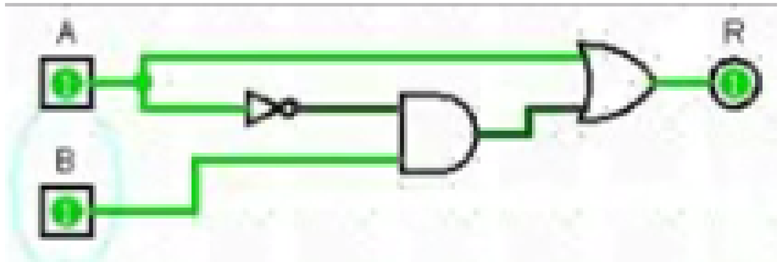


RELACIONES ÚTILES

03: $A + (\overline{A} \cdot B) = A + B$

Luego de ingresar datos al Simulador **Logisim** comprobaremos lo indicado en la relación



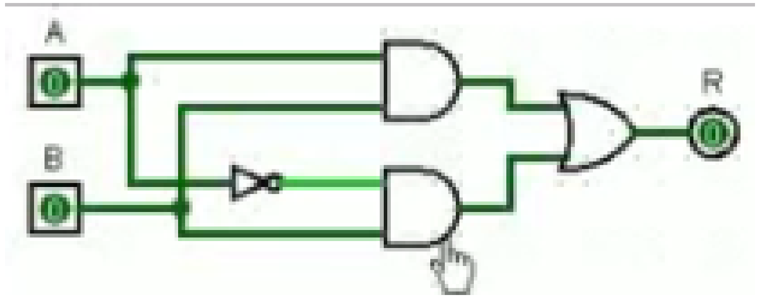


RELACIONES ÚTILES

04: $(A \cdot B) + (/A \cdot B) = B$

Luego de ingresar datos al Simulador **Logisim** comprobaremos lo indicado en la relación

A	B	R
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

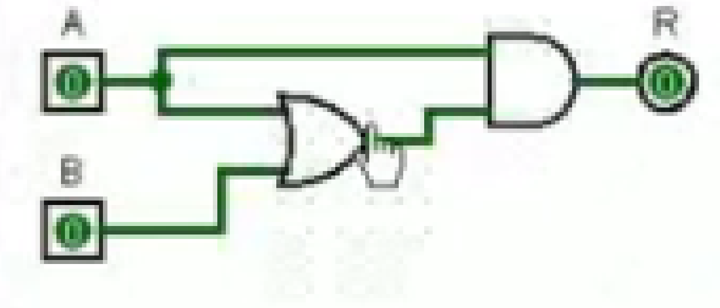


RELACIONES ÚTILES

05: $A \cdot (A+B) = A$

Luego de ingresar datos al Simulador **Logisim** comprobaremos lo indicado en la relación

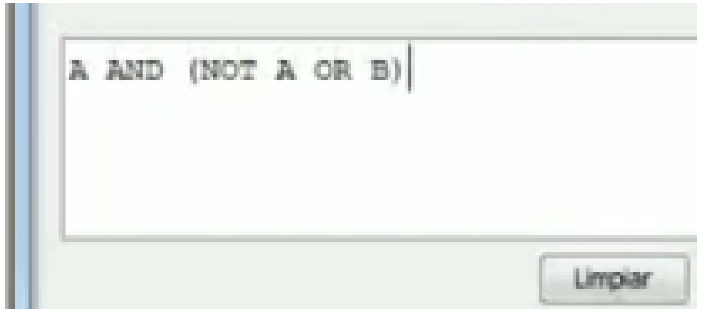
A	B	R
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1



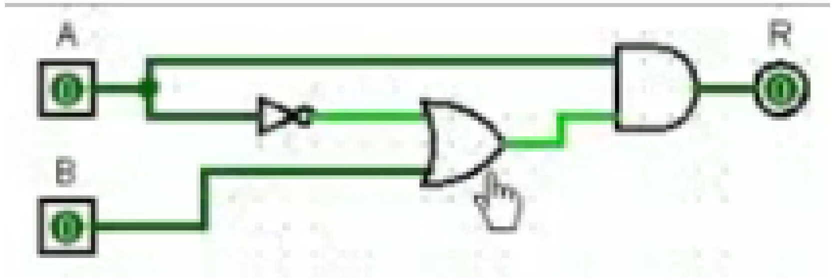
RELACIONES ÚTILES

06: $A \cdot (/A+B) = A \cdot B$

Luego de ingresar datos al Simulador **Logisim** comprobaremos lo indicado en la relación



A	B	R
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



EJERCICIOS

Aplicaremos las propiedades, identidades y relaciones aprendidas hasta el momento para reducir las siguientes expresiones grandes a otras mas pequeñas sencillos de manejar:

1 $(A+A\cdot B)+((1\cdot A)\cdot(B\cdot B)+(/A+0)\cdot(B+B))$

Solución

$$\underbrace{(A+A\cdot B)}+(\underbrace{(1\cdot A)\cdot(B\cdot B)}+\underbrace{(/A+0)\cdot(B+B)})$$

$$A+\underbrace{((A\cdot B)+(/A\cdot B))}$$

$$\boxed{A+B}$$

EJERCICIOS

2 REDUCIR: $(A+(0\cdot C)) + (C+1)\cdot(A+(C\cdot /A))$

Solución

$$(A+(0\cdot C)) + (C+1)\cdot(\underbrace{A+(C\cdot /A)})$$

$$(A+0) + (1)\cdot \quad ((A+C)\cdot(A+/A))$$

$$(1)\cdot(A+C)\cdot(1)$$

$$A + (A+C) = (A+A)+C$$

$$\boxed{A+C}$$

TABLAS DE VERDAD A PARTIR DE ECUACIONES

SUMA DE PRODUCTOS

1. $Y = J * /K + /J * K * L + J * K * /L + K * L$

1. vamos nombrar el producto canónico; que es el Término que contiene todas las variables independiente de la función

J	K	L	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

$Y = J * /K + /J * K * L + J * K * /L + K * L$

1 0 X 0 1 1 1 1 0 X 1 1

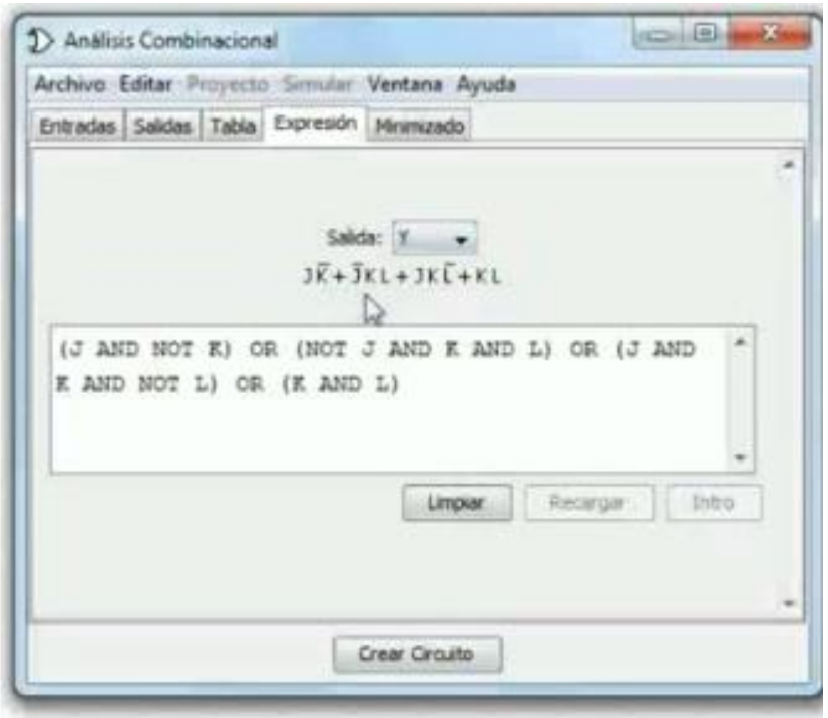
J	K	L	Y	
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1	1	T2, T4
1	0	0	1	T1
1	0	1	1	T1
1	1	0	1	T3
1	1	1	1	T4

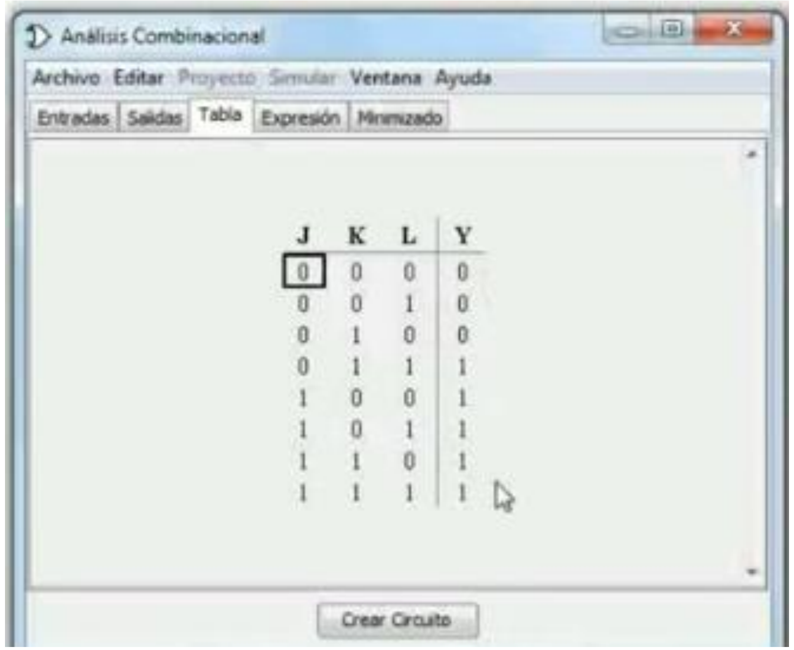
J	K	L	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

TABLAS DE VERDAD A PARTIR DE ECUACIONES

SUMA DE PRODUCTOS

Comprobaremos con ayuda del simulador LOGISIM





TABLAS DE VERDAD A PARTIR DE ECUACIONES

PRODUCTO DE SUMAS

2. R= (/A+B+C)*(/A+B)*(/A+/B+/C)

Nos enfocaremos en el valor de Falso (o), tendremos un falso cuando la combinación de las variables sea el opuesto a la forma

A	B	C	R
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

El opuesto a la forma → 1 0 0   1 0x   1 1 1

R= (/A+B+C)*(/A+B)*(/A+/B+/C)

La forma → 0 1 1   0 1x   0 0 0

A	B	C	R	
0	0	0	1	
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	0	T1,T2
1	0	1	0	T2
1	1	0	1	
1	1	1	0	T3

CONDENSACIÓN DE TABLAS

$$Y = J*/K + /J*K*L + J*K*/L + K*L$$

RESPUESTA -> $\boxed{y = KL + J}$

1°

J	K	L	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2°

J K L	Y
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
X 1 1	1
1 0 X	1
1 1 0	1

3°

J K L	Y
0 0 X	0
0 1 0	0
X 1 1	1
1 0 X	1
1 1 0	1

4°

J K L	Y	
0 X X	0	
X 1 1	1	-> KL
1 X X	1	-> J

Ejemplo rápido

0 X 1 -> /J L

CONDENSACIÓN DE TABLAS

Comprobaremos con ayuda del simulador LOGISIM

$\rightarrow \boxed{y = KL + J}$

$$Y = J{*}/K + /J{*}K{*}L + J{*}K{*}/L + K{*}L$$