

POTENCIACIÓN

La potencia de un número es el resultado de expresarlo como factor dos o más veces.

Por ejemplo:

9 es una potencia de **3** porque $3 \cdot 3 = 9$

64 es una potencia de **4** porque $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

El número que se multiplica por sí mismo se llama **base** de la potencia. **A la derecha y arriba** de la base se escribe un número pequeño llamado **exponente**, que indica las veces que la base se repite como factor.

Elementos: $a^n = b$ $\begin{cases} a: \text{base} \\ n: \text{exponente} \\ b: \text{potencia} \end{cases}$

La segunda potencia o **cuadrado** de un número es el resultado de tomarlo como factor dos veces: $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

La tercera potencia o **cubo** de un número es el resultado de tomarlo como factor tres veces: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

La cuarta potencia de un número es el resultado de tomarlo cuatro veces como factor: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Propiedades:

1. Exponente Cero:

Toda cantidad elevada a cero equivale a 1:

$$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 \quad \frac{a^n}{a^n} = 1 \quad a^0 = 1 \quad \text{Ej.: } 15^0 = 1$$

2. Multiplicación de potencias de Igual base:

Se copia la misma base y se **suman** los exponentes

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{Ej.: } 2^2 \cdot 2^8 = 2^{2+8} = 2^{10} = 1024$$

La ley de los exponentes en la multiplicación, que nos dice que para multiplicar potencias de la misma base se **suman** los exponentes es general, y **se aplica igualmente cuando las cantidades que se multiplican tienen exponentes negativos o fraccionarios.**

3. División de potencias de Igual base:

Se copia la misma base y se **restan** los exponentes

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ si } m > n \quad \text{Ej.: } \frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3 = 27$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{m-n}}, \text{ si } m < n \quad \text{Ej.: } \frac{10^5}{10^8} = \frac{1}{10^3}$$

4. Potencia de una Potencia:

Para elevar una potencia a **otra** potencia, se copia la misma base, y se **multiplican** los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \text{Ej.: } (3^3)^2 = 3^6 = 729$$

5. Potencia de un Producto:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \Leftrightarrow \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\text{Ej.: } (4 \cdot 5)^2 = 4^2 \cdot 5^2 = 16 \cdot 25 = 400$$

6. Potencia de un Cociente o de un número racional:

Para elevar un cociente o una fracción a una potencia cualquiera, se elevan su **numerador** y **denominador** a dicha potencia.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{Ej.: } \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

7. Potencia de Exponente Negativo:

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, Ej.: $5^{-6} = \frac{1}{5^6}$
2. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, Ej.: $\left(\frac{2}{9}\right)^{-10} = \left(\frac{9}{2}\right)^{10}$
3. $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$, Ej.: $\frac{1}{15^{-2}} = 15^2$

8. Potencia de exponente la unidad:

$$a^1 = a \quad \text{Ej.: } 5^1 = 5$$

9. Potencia con Exponente Fraccionario:

Expresa una raíz o número radical

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \quad , \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{n}{n}} = a$$

10. Potencias de cantidades positivas:

Al elevar un número **positivo** a un exponente par o impar, el resultado es de signo **positivo**

Ejemplo: $+2^6 = +64$ ó $2^6 = 64$

$$+2^5 = +32 \quad \text{ó} \quad 2^5 = 32$$

11. Potencia de cantidades negativas:

Al elevar un número **negativo** a un exponente **par**, el resultado es de signo **positivo**

Ejemplo: $-2^6 = +64$ ó $-2^6 = 64$

$-4^2 = +16$ ó $-4^2 = 16$

Al elevar un número **negativo** a un exponente **impar**, el resultado es **negativo**

Ejemplo: $-3^5 = -243$ $-6^3 = -216$

12. Potencias de base 10:

$10^0 = 1$ $10^4 = 10000$
 $10^1 = 10$ $10^5 = 100000$
 $10^2 = 100$ $10^6 = 1000000$
 $10^3 = 1000$

Observa que el exponente indica la cantidad de ceros del resultado

13. Potencia de base 1:

Cuando la base es igual a **1** de signo positivo, el resultado de la potenciación también es **1**.

Ejemplo: $1^3 = 1$ $1^{100} = 1$ $1^0 = 1$

Cuando la base es igual a **(-1)** sucede:

- a) Si el exponente es par, el resultado es **1** positivo.

Ejemplo: $(-1)^8 = 1$

- b) Si el exponente es impar, el resultado es **-1**:

Ejemplo: $(-1)^9 = -1$

En general: $(-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{si } n \text{ es par} \\ -1, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$

14. Potencia de base cero:

Cuando la base es cero, el resultado de la potenciación también es cero.

Ejemplo: $0^5 = 0$ $(0)^{10.000} = 0$

0^0 No está definido